Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 7e à la 10e année

Fascicule 1

Principes fondamentaux de l'enseignement efficace des mathématiques

2018

Éditions cforp

Photos et illustrations : © iStock.com, © stock.adobe.com, Slash Photography

Le ministère de l'Éducation de l'Ontario a fourni une aide financière pour la réalisation de ce projet. Cet apport financier ne doit pas pour autant être perçu comme une approbation ministérielle pour l'utilisation du matériel produit. Cette publication n'engage que l'opinion de ses auteures et auteurs, laquelle ne représente pas nécessairement celle du Ministère.

435, rue Donald, Ottawa (Ontario) K1K 4X5
Commandes : Tél. : 613 747-1553
Tél. sans frais (Canada) : 1 877 747-8003
Téléc. : 613 747-0866
Téléc. sans frais (Canada) : 1 877 747-8004
Site Web : cforp.ca/catalogue
Courriel : commandes@cforp.ca

Veuillez noter que certaines citations sont de libres adaptations en français de citations tirées de livres de Marian Small, publiés chez différents éditeurs nommés dans la bibliographie du présent ouvrage.

PDF : ISBN 978-2-7657-0650-2
Dépôt légal – deuxième trimestre 2018

Bibliothèque et Archives Canada

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières

Table des matières

Table des matières

PRÉFACE

Le ministère de l'Éducation de l'Ontario a publié, en 2006, une série de guides pédagogiques, composée d'un guide principal en cinq fascicules et de guides d'accompagnement pour chacun des domaines d'étude, appuyant la mise en œuvre des recommandations présentées dans les rapports de tables rondes d'experts en mathématiques. Le Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année a connu un énorme succès à l'élémentaire. En effet, il comble un grand besoin du personnel enseignant, relatif aux ressources d'appui en mathématiques. Il propose notamment des stratégies axées sur la mise en œuvre d'un programme de mathématiques efficace. De plus, il favorise la création d'une communauté d'apprenantes et d'apprenants chez qui le raisonnement mathématique est développé et valorisé.

Depuis la publication de cette série de guides pédagogiques, il y a eu une demande croissante pour une version similaire présentant les diverses composantes de l'enseignement efficace des mathématiques, de la 7e à la 10e année. Cette demande s'explique par le besoin qu'a le personnel enseignant de mieux comprendre ce que préconisent les plus récentes recherches quant à l'enseignement, à l'apprentissage et à l'évaluation des mathématiques au cycle intermédiaire. Toutes les consultations, menées en 2011 auprès des parties concernées, ont clairement montré l'urgence et la nécessité de produire, sous forme de fascicules, un guide portant sur des stratégies efficaces relatives à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques, de la 7e à la 10e année.

Le *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 7e à la 10e année* porte principalement sur la résolution de problèmes en tant que contexte d'apprentissage des mathématiques et sur la communication considérée comme un moyen de développement et d'expression du raisonnement mathématique. Il tient compte également des stratégies d'évaluation énoncées dans Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a) et explique le rôle que joue l'apprentissage professionnel dans l'amélioration du rendement des élèves en mathématiques, en Ontario. Ce guide comprend trois fascicules. Le premier porte sur les principes de l'enseignement efficace des mathématiques. Il vient enrichir certains principes fondamentaux de la publication Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c). Le deuxième est axé sur l'enseignement des concepts algébriques du domaine Modélisation et algèbre, en 7e et en 8e année, des domaines Relations et Numération et algèbre, en 9e année, ainsi que des domaines Fonctions affines et Fonctions du second degré, en 10^e année. Le troisième et dernier fascicule traite de l'enseignement des concepts de mesure et de géométrie des deux domaines en 7^e et en 8^e année, soit Géométrie et sens de l'espace et Mesure. Ces concepts sont également explorés dans le domaine Mesure et géométrie du curriculum de mathématiques de 9^e année, dans le domaine Géométrie analytique pour les cours de type théorique, en 9^e et en 10^e année, ainsi que dans le domaine Trigonométrie, en 10^e année.

Tous les fascicules sont conçus en vue d'aider l'enseignante ou l'enseignant à s'approprier les concepts pédagogiques propres à chaque domaine. Il importe de souligner que le contenu de chacun des fascicules tient compte des recherches actuelles sur l'apprentissage des mathématiques. Des situations d'apprentissage misant sur la résolution de problèmes suscitant le questionnement et la réflexion sont présentées dans les deux autres fascicules portant sur l'algèbre et la géométrie. Elles mettent en contexte les propos théoriques développés.

Ces documents d'appui aux programmes-cadres de mathématiques ont été élaborés en conformité avec les principales initiatives ministérielles pour soutenir la réussite scolaire de toutes et de tous les élèves et appuyer le développement durable de la communauté scolaire de langue française de l'Ontario. Ils mettent l'accent, entre autres, sur des stratégies d'enseignement qui favorisent l'acquisition de compétences en communication orale.

INTRODUCTION

Depuis plus de 15 ans, l'enseignement des habiletés et des concepts liés à la littératie et à la numératie a connu des changements considérables, et ce, partout dans le monde. Des pays, comme l'Angleterre, les États-Unis, le Canada et l'Australie, ont mis sur pied des initiatives fondées sur la recherche. Celles-ci ont permis d'améliorer les méthodes d'enseignement et d'évaluation, ainsi que les compétences des leaders pédagogiques. Le ministère de l'Éducation de l'Ontario a mis en œuvre des initiatives ciblant l'amélioration du rendement des élèves en littératie et en numératie. Ces mesures reposent sur des recherches qui montrent l'importance de deux facteurs liés à l'amélioration du rendement des élèves : le renforcement de l'expertise du personnel enseignant en vue d'accroître son efficacité professionnelle et l'élaboration et la mise en pratique de plans d'amélioration dans les conseils scolaires et les écoles de l'Ontario.

Plus récemment, le ministère de l'Éducation de l'Ontario a également défini un nouvel objectif qui s'appuie sur les priorités actuelles du système d'éducation. Il s'agit d'atteindre l'excellence pour toutes et tous les élèves de l'Ontario. Dans le document Atteindre l'excellence : Une vision renouvelée de l'éducation en Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014a), il est précisé que, pour réaliser cet objectif, il est essentiel de fournir aux apprenantes et aux apprenants :

> […] les outils dont [elles et] ils ont besoin pour réaliser leur plein potentiel, quelles que soient leurs circonstances particulières. L'élévation des attentes et la transformation du système d'éducation ontarien les aideront à atteindre de nouveaux sommets, à acquérir de précieuses compétences et à devenir des membres engagés de leur communauté. (p. 4)

Il est également mentionné que :

> [l]es compétences à la base de la réussite scolaire comprennent la lecture, l'écriture et les mathématiques. Pour que les élèves atteignent l'excellence dans un domaine comme les mathématiques, il faut trouver l'équilibre entre la compréhension des notions de base, les connaissances pratiques, comme les tables de multiplication, et les compétences cognitives requises pour la résolution de problèmes complexes. Ces compétences de base resteront au cœur de nos

> priorités et, conjuguées à la créativité, à la pensée critique, à la résolution innovatrice de problèmes, à la communication efficace et à la collaboration, elles mèneront à l'excellence. (p. 5)

Selon Daniel Ansari qui étudie l'acquisition des mathématiques chez les jeunes ainsi que les différences individuelles liées aux compétences numériques et mathématiques, une approche équilibrée, comme celle prônée dans la publication *Atteindre l'excellence : Une vision renouvelée de l'éducation en Ontario* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014a), est à la base d'un enseignement efficace. Dans son article, Arrêtons la guerre des maths! (Ansari, 2015), il décrit le débat dans lequel :

> […] l'un des camps prône une attention accrue à l'enseignement d'une **connaissance procédurale** dans la résolution de problèmes mathématiques (comme l'enseignement explicite de stratégies) et un encouragement à mémoriser des données, alors que l'autre camp insiste sur la construction d'une riche **connaissance conceptuelle** chez l'élève, lui permettant ainsi d'observer la manière dont il résout les problèmes.

Il ajoute que ce débat dépeint souvent ces deux approches « […] comme étant complètement distinctes et diamétralement opposées, créant l'impression de la nécessité de se rallier à une approche spécifique de la pratique optimale de [l'] enseignement. » De plus, à la suite de l'analyse de la situation actuelle, il indique que « […] les programmes de mathématiques s'alignent toujours sur l'un des deux "camps" » et que « [l]'histoire suggère que le mouvement de va-et-vient entre ces deux soi-disant extrêmes n'est pas parvenu à se stabiliser à mi-chemin ». Il explique que « […] les deux approches, conceptuelle et procédurale, sont nécessaires à un apprentissage fructueux des mathématiques […] » et que « […] de nombreuses recherches ont prouvé que les enfants apprennent mieux lorsque les approches procédurales et conceptuelles sont combinées ». Ansari (2015) propose de réfléchir à la question suivante :

> Voulons-nous réellement créer, d'un côté, des élèves qui peuvent résoudre rapidement des problèmes, mais qui manquent de connaissances conceptuelles et qui ne sont pas capables de raisonner de manière flexible sur un problème de maths ou, d'un autre côté, des élèves qui sont capables de raisonner sur leurs démarches de résolution de problèmes, mais qui ne peuvent pas trouver rapidement les réponses à des solutions intermédiaires parce qu'ils n'ont pas d'aisance en mathématiques?

Cette question en amène d'autres :

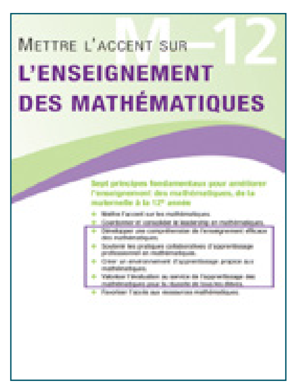
- Comment les recherches actuelles portant sur l'enseignement efficace des mathématiques peuvent-elles être mises en œuvre en salle de classe de manière à appuyer toutes et tous les élèves dans l'apprentissage des concepts mathématiques et des procédures?
- Comment optimiser l'environnement d'apprentissage tout en tenant compte des besoins de toutes et de tous les élèves?
- Quel rôle l'évaluation joue-t-elle dans l'amélioration du rendement des élèves?
- Comment l'apprentissage professionnel contribue-t-il à l'amélioration du rendement des élèves?

Ce fascicule est conçu pour répondre à ces questions en présentant au personnel enseignant des stratégies efficaces fondées sur la théorie et la pratique. Il a été élaboré pour aider le personnel enseignant et les autres intervenantes et intervenants en éducation dans leur travail visant à améliorer la compréhension des mathématiques des élèves de la 7e à la 10e année.

Les quatre principes du fascicule

À la suite d'évaluations comparatives du rendement des élèves, effectuées dans le cadre de tests internationaux, il en ressort que les élèves, en Ontario, connaissent un succès grandissant en mathématiques (Barber et Mourshed, 2007, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 2). Malgré les gains réalisés, « [d]es commentaires recueillis sur le terrain, dont ceux lors des consultations et des séances d'apprentissage professionnel, et des examens préliminaires des plans d'amélioration des conseils scolaires pour le rendement des élèves, font ressortir le besoin d'examiner de plus près et d'aligner l'enseignement des mathématiques de la maternelle à la 12e année » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 2) et également de l'orienter en l'alignant sur le curriculum. C'est ainsi que la publication *Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c) a vu le jour.

Ce document développe sept principes fondamentaux visant l'amélioration de l'enseignement des mathématiques de la maternelle à la 12e année. Le présent *Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la 7e à la 10e année* s'en est inspiré. Quatre des sept principes seront approfondis dans ce fascicule, particulièrement ceux dont l'accent est mis sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans un contexte de salle de classe.



- Développer une compréhension de l’enseignement efficace des mathématiques.
- Créer un environnement propice à l’apprentissage des mathématiques.
- Valoriser l’évaluation au service de l’apprentissage des mathématiques pour la réussite de tous les élèves.
- Soutenir les pratiques collaboratives d’apprentissage professionnel en mathématiques.

Introduction

1
DÉVELOPPER UNE COMPRÉHENSION DE L'ENSEIGNEMENT EFFICACE DES MATHÉMATIQUES

L'enseignement des mathématiques est un processus complexe faisant appel à plusieurs habiletés. Il ne suffit pas de présenter tout simplement la matière aux élèves pour qu'il y ait apprentissage. Le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) propose, dans *Principles and Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 16, cité dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a, p. 29, traduction libre), que « pour enseigner les mathématiques de manière efficace, il faut réaliser et comprendre ce que les élèves savent et ce qu'ils ont besoin d'apprendre, puis les stimuler et les aider à apprendre convenablement ». Un énoncé simple, mais qui, en pratique, décrit un exercice très exigeant, compte tenu de la diversité des besoins des apprenantes et des apprenants, ainsi que de l'objectif visant la réussite de toutes et de tous les élèves. Les milieux favorisant l'apprentissage des mathématiques ne relèvent donc pas du hasard. Ils sont les fruits d'une planification réfléchie de la part des enseignantes et des enseignants. Cette planification s'appuie sur la recherche ainsi que sur des pratiques éprouvées, décrites tout le long de ce fascicule. Ce premier chapitre présente de façon détaillée les composantes d'un enseignement efficace des mathématiques.

Selon le document *Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12* (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 6), l'enseignement efficace des mathématiques :

- « est fondé sur la résolution de problèmes et l'exploration de concepts mathématiques;
- s'appuie sur les connaissances et la compréhension antérieures des concepts mathématiques des élèves et est pertinent à leur vécu;
- est différencié afin de répondre à la diversité des besoins en apprentissage des élèves;
- repose sur la conviction que chaque élève doit construire [sa compréhension des] concepts dans un environnement propice à l'apprentissage. »

A. L'ENSEIGNEMENT EFFICACE DES MATHÉMATIQUES EST FONDÉ SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET L'EXPLORATION DE CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Le Guide d'enseignement efficace des mathématiques, de la maternelle à la 6e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, fascicule 2, 2006b) justifie le besoin d'améliorer la capacité des élèves à résoudre des problèmes comme suit :

> Une société axée sur les nouvelles technologies de l'information et de la communication a besoin d'individus capables de réfléchir de façon éclairée à des questions complexes, des individus capables de « penser logiquement à de nouvelles situations et de les analyser, de trouver de nouvelles façons de résoudre des problèmes et de communiquer leurs solutions de façon claire et convaincante » (Baroody et Coslick, 1998, p. 2-1, traduction libre). Afin de préparer les élèves à fonctionner dans une telle société, l'enseignant ou l'enseignante doit promouvoir l'acquisition de processus et de stratégies de résolution de problèmes, de même qu'une attitude positive à l'égard des mathématiques. (p. 3)

Encore aujourd'hui, le personnel enseignant veut aider les élèves à développer ces mêmes connaissances et habiletés intellectuelles, car elles sont essentielles à une participation active et significative à la société du XXIe siècle. Néanmoins, dans la citation ci-dessus, il est spécifié que, pour atteindre l'objectif mentionné, le personnel enseignant doit « promouvoir l'acquisition de processus et de stratégies de résolution de problèmes ».

- Qu'entend-on exactement par « résolution de problèmes » et comment cette approche pourrait-elle contribuer à l'apprentissage des mathématiques?
- Quelles sont les étapes essentielles à la mise en œuvre de l'enseignement PAR la résolution de problèmes comme moyen efficace d'enseigner les mathématiques?
- Quel est le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant dans une salle de classe où l'enseignement PAR la résolution de problèmes est au cœur de l'apprentissage?

> Dans un climat d'enseignement efficace, on poursuit simultanément l'enseignement PAR et POUR la résolution de problèmes. Dans l'enseignement PAR la résolution de problèmes, l'un des principaux

> buts est d'explorer, de développer et de démontrer la compréhension d'un concept mathématique. Dans l'enseignement POUR la résolution de problèmes, le but premier est de guider les élèves à travers les étapes du processus et des stratégies de résolution de problèmes (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, fascicule 2, 2006b, p. 7).

L'enseignement efficace des mathématiques PAR la résolution de problèmes

Développer une compréhension de l'enseignement efficace des mathématiques consiste à comprendre l'importance de la résolution de problèmes dans l'appropriation des concepts mathématiques et des procédures mathématiques. Le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant est de planifier des situations d'apprentissage dans des contextes engageants où le questionnement et l'échange mathématique ont pour but le développement de compétences en mathématiques. La définition concernant la résolution de problèmes proposée dans le document *Recueil des pratiques réussies en mathématiques, de la 6e à la 9e année* (Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2002) cerne l'essentiel de ce qu'est une résolution de problèmes :

> Une résolution de problèmes, c'est une situation qui demande de répondre à une question ou d'accomplir une tâche sans que les moyens à utiliser soient connus. Elle doit provoquer un état de déséquilibre de sorte que l'élève ait à fournir un effort intellectuel pour le résoudre. Un problème qui n'incite pas l'élève à réfléchir n'est pas jugé pertinent; c'est tout au plus l'application d'une procédure ou d'une technique. (p. 17)

Dans le document Le curriculum de l'Ontario, de la 1re à la 8e année – Mathématiques (révisé) (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005a), il est précisé que :

> [d]ès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues et vécues par les élèves comme des occasions de résoudre des problèmes. […] En mathématiques, l'importance de la résolution de problèmes ne devrait plus faire l'objet de débat, puisque ce processus joue un rôle central dans l'apprentissage. (p. 17 et 18)

De plus, dans Le curriculum de l'Ontario, 9e et 10e année – Mathématiques (révisé) (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b), il est mentionné que :

> [l]'apprentissage de nouveaux concepts doit être intégré à un contexte précis. Un contexte d'apprentissage pertinent doit être suffisamment vaste pour permettre aux élèves d'explorer et de développer une compréhension initiale, de reconnaître quelles sont les compétences appropriées, de les acquérir et de les utiliser dans des applications mettant en valeur une nouvelle connaissance. (p. 22)

Le choix d'un contexte approprié est la clé de l'engagement de l'élève. Plus il est lié à l'expérience de vie de l'élève, plus cette dernière ou ce dernier en voit la pertinence. Le contexte permet à l'élève d'établir des liens avec ses connaissances antérieures et de saisir les concepts visés en formulant des hypothèses et en les vérifiant, ainsi qu'en justifiant son raisonnement. Il doit favoriser chez l'élève l'utilisation et le développement de processus tels que la sélection d'outils appropriés et de stratégies de calcul, l'établissement de liens, le raisonnement, la réflexion sur le travail effectué et la modélisation d'une situation. Tous ces processus sont essentiels à la résolution de problèmes.

Le processus de résolution de problèmes est indissociable du processus de communication, car, ensemble, ils constituent le moteur permettant à l'élève de développer tous les processus mathématiques de façon à favoriser sa compréhension conceptuelle et sa compréhension procédurale.

Les processus mathématiques

Adapté de EduGAINS.

Note : Dans l'expression *sélection d'outils appropriés et de stratégies de calcul*, le mot *outils* sous-entend : logiciels et applications technologiques, ainsi que matériel de manipulation.

Plusieurs processus entrent en jeu dans l'apprentissage des mathématiques. Selon le programme-cadre de mathématiques de l'Ontario, « [l]es processus mathématiques constituent les éléments essentiels d'une formation mathématique, puisqu'ils appuient l'acquisition et la mise en application de la connaissance et des habiletés mathématiques. Cette importance doit se retrouver dans un programme équilibré [à l'élémentaire et] au secondaire » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b, p. 11).

Les affiches ci-dessous, adaptées de EduGAiNS, expliquent chacun des processus mathématiques.

Développer une compréhension de l'enseignement efficace des mathématiques


LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES
Établissement de liens
Ce problème est semblable à..., car...
Je peux réutiliser ce concept mathématique afin de...
Je sais que j'établis des liens lorsque :
je fais la relation entre les nouveaux concepts appris et ceux que je comprends déjà;
je reconnais les ressemblances et les différences entre les problèmes;
je trouve des occasions d'utiliser les mathématiques dans ma vie à l'extérieur de l'école.


LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES
Raisonnement
Puisque je connais..., je sais que...
Je sais que c'est vrai ou que c'est faux, car...
Je sais que je raisonne lorsque :
je fais des hypothèses et des prédictions;
je valide mes hypothèses et mes prédictions;
je déduis, je justifie et je conclus;
je généralise.

Affiches : Adaptées de EduGAINS.

La compréhension conceptuelle est un apprentissage durable.

La compréhension procédurale permet à l'élève d'être efficace et efficiente ou efficient.

La compréhension conceptuelle et la compréhension procédurale

L'élève ayant une compréhension conceptuelle comprend en quoi une idée mathématique est importante et reconnaît les contextes dans lesquels elle s'applique. Elle ou il est en mesure d'établir des liens entre diverses connaissances pour former un ensemble cohérent et de rattacher de nouvelles idées à ce qu'elle ou il sait déjà. L'apprenante ou l'apprenant montre sa compréhension conceptuelle en exprimant, en ses propres mots, les liens significatifs entre les notions mathématiques et les procédures employées. Contrairement à la mémorisation, cet apprentissage est durable.

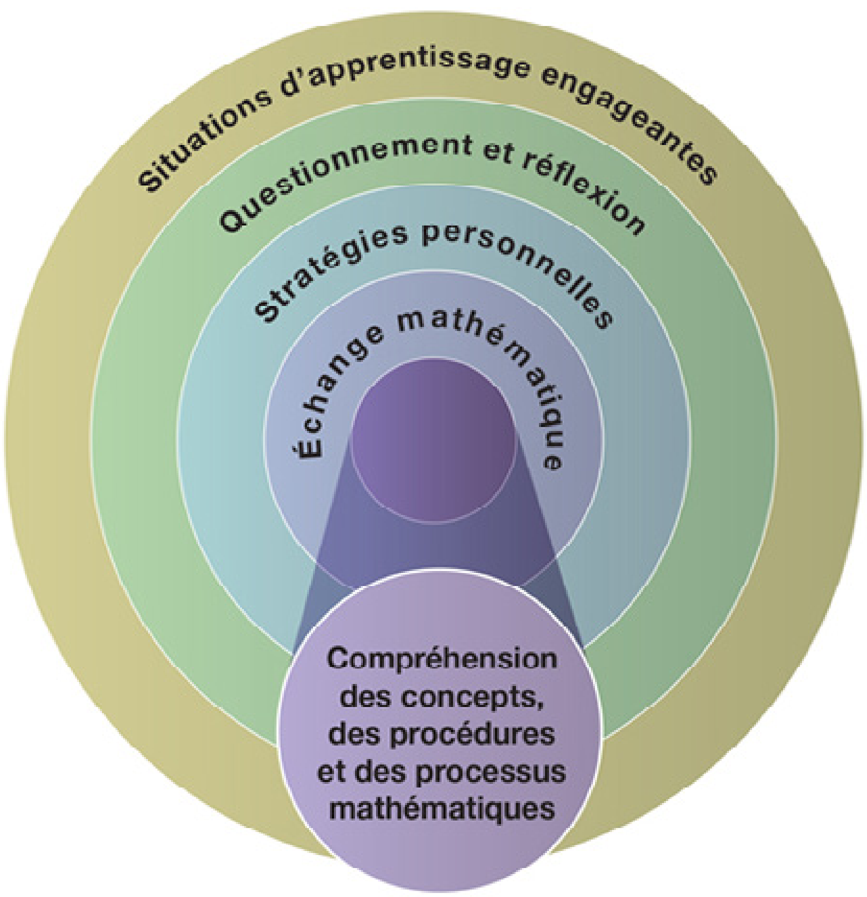
Au moment de la résolution de problèmes, l'enseignante ou l'enseignant accompagne l'élève en ce qui a trait à l'utilisation et à la compréhension des procédures. L'élève ayant une compréhension procédurale reconnaît le moment et la manière d'utiliser de façon appropriée, flexible, précise et efficace la procédure qui s'applique au contexte. Les habiletés procédurales prennent davantage de sens lorsqu'elles sont fondées sur la compréhension plutôt que sur la mémorisation. Il est important de noter que l'habileté servant à estimer un résultat, c'est-à-dire à calculer mentalement ou par écrit, à utiliser des connaissances antérieures, à comparer et à extrapoler, et ce, sans avoir recours à un calcul rigoureux, est également liée à la compréhension procédurale.

La mise en œuvre de l'enseignement efficace à l'aide de la résolution de problèmes

L'enseignement efficace des mathématiques requiert la mise en place de plusieurs composantes. La résolution de problèmes devrait être considérée comme un point de départ à la séquence d'enseignement et non uniquement comme un point d'arrivée, c'est-à-dire un « aboutissement » à l'apprentissage. En y ayant recours au début d'une situation d'apprentissage, les élèves sont encouragées et encouragés à analyser, à raisonner, à questionner et à explorer en utilisant des stratégies personnelles, et ce, en vue d'acquérir ou d'approfondir des concepts, des procédures ou des processus mathématiques.

La figure ci-dessous présente les cinq composantes d'une situation d'apprentissage, dont l'objectif est la pleine compréhension des concepts, des procédures et des processus mathématiques.

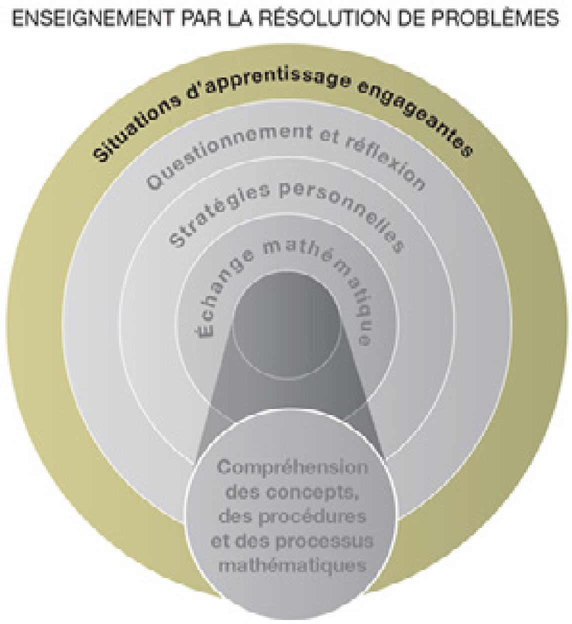
ENSEIGNEMENT PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES



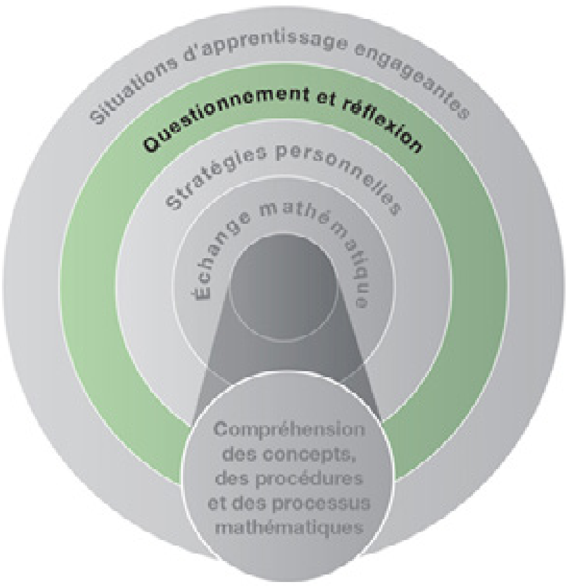
Les composantes d'une situation d'apprentissage

Les situations d'apprentissage engageantes

Une situation d'apprentissage est engageante lorsqu'elle présente un contexte qui permet aux élèves d'être actives et actifs dans leur recherche d'une solution. Pour déterminer si une situation d'apprentissage est engageante, l'enseignante ou l'enseignant doit se poser des questions afin de prendre des décisions pédagogiques éclairées au moment de choisir des résolutions de problèmes :



- Quelles sont les intentions pédagogiques de la situation d'apprentissage? A-t-elle comme objectif le développement chez les élèves de concepts, de procédures ou de processus mathématiques?
- Compte tenu de l'intention pédagogique visée, quels problèmes aideraient les élèves à comprendre les concepts, les procédures ou les processus mathématiques?
- La résolution de problèmes permet-elle aux élèves de connaître un certain succès, même en utilisant des stratégies moins efficaces?
- Quel contexte peut être utilisé pour faire en sorte que la résolution de problèmes présentée soit signifiante pour les élèves et favorise leur engagement?
- Quelles difficultés les élèves risquent-elles et risquent-ils de rencontrer? Comment remédier à ces difficultés pendant la situation d'apprentissage et à la fin de celle-ci?
- Quelles questions incitatives pourraient favoriser l'atteinte de l'objectif? Quelles grandes idées peuvent aider les élèves à établir des liens avec leurs connaissances antérieures?
- Comment les apprentissages seront-ils communiqués, discutés et récapitulés au cours de l'échange mathématique?
- Comment évaluer si les concepts, les stratégies ou les processus mathématiques ont été acquis?



Questionnement et réflexion

Un questionnement efficace est primordial pour guider la réflexion des élèves. Les interventions de l'enseignante ou de l'enseignant, au moment où les élèves discutent ensemble d'un problème, doivent alimenter leur raisonnement. Il est important que ces interventions n'aient pas lieu trop tôt dans la discussion afin d'assurer le développement de la persévérance chez les élèves, ou trop tard, en particulier si elles et ils sont dans une impasse, afin d'éviter la manifestation d'un sentiment de frustration. Il faut leur allouer suffisamment de temps pour qu'elles et ils soient en mesure de résoudre le problème. Lorsque les élèves travaillent en équipes, l'enseignante ou l'enseignant intervient pour bien comprendre leur raisonnement mathématique, l'orienter et le développer, ainsi que pour susciter leur réflexion (adapté d'un atelier de Cathy Fosnot présenté au Réseau des conseillers pédagogiques en mathématiques, en janvier 2013, traduction libre).

Il faut un certain temps et de la pratique pour acquérir des techniques de questionnement efficaces. Voici des stratégies aidant à les développer :

- *Faire appel à des questions qui nécessitent une compréhension […] plutôt qu'à un rappel de fait* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Utiliser des verbes comme *expliquer*, *justifier* et *comparer* dans ses questions (p. ex., Quelle est la différence entre le volume et l'aire?).
- *Faire appel à des questions qui exigent comme réponse plus qu'un* oui *ou qu'un* non (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8) (p. ex., Comment le sais-tu?).
- *Faire appel à des questions qui se prêtent à un dialogue mathématique* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Demander, par exemple, aux élèves la façon dont elles et ils ont procédé. Puis, inviter une ou un élève à expliquer un concept à une ou à un autre élève (p. ex., Comment as-tu procédé pour déterminer le 39e terme de la suite?).
- *Formuler les questions sans les qualifier de* faciles *ou de* difficiles (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8).
- *Laisser un délai de réflexion entre la question et la réponse* (adapté de Baroody et Coslick, 1998, p. 17-8). Attendre au moins trois secondes après avoir posé une question.

(Le texte en italique est tiré de Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006b, fascicule 2, p. 38 et 39.)

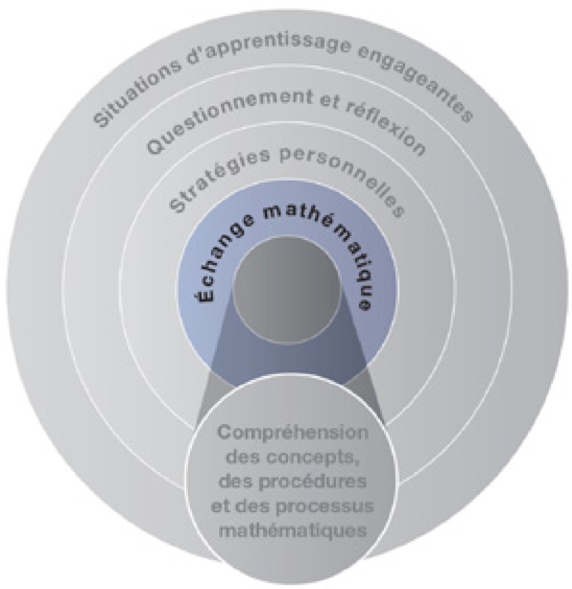
Les stratégies personnelles

ENSEIGNEMENT PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Un élément important concernant la réussite de l'apprentissage du processus de résolution de problèmes est d'encourager les élèves à proposer des stratégies et d'accepter leur choix. En utilisant des stratégies personnelles, les élèves améliorent leur compréhension des concepts. Quoique peu efficaces au début, ces stratégies évolueront en parallèle avec la compréhension des élèves. En accueillant diverses façons de résoudre un problème, en encourageant les discussions sur les stratégies et en posant des questions pertinentes, l'enseignante ou l'enseignant valorise l'effort de chacune et de chacun et s'assure que les élèves comprennent leur propre raisonnement et celui des autres. Procéder de cette façon permet aux apprenantes et aux apprenants de déceler les failles dans leur raisonnement et de modifier leurs stratégies personnelles; elles et ils apprennent ainsi à l'aide de leurs erreurs.

L'échange mathématique

ENSEIGNEMENT PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES



L'échange mathématique est un temps d'objectivation et de consolidation. Cela va au-delà d'une simple présentation de stratégies et de solutions liées à un problème. C'est un moment crucial au cours duquel l'enseignante ou l'enseignant pose des questions et dirige de façon stratégique les échanges afin de faire ressortir les idées mathématiques issues des travaux d'élèves.

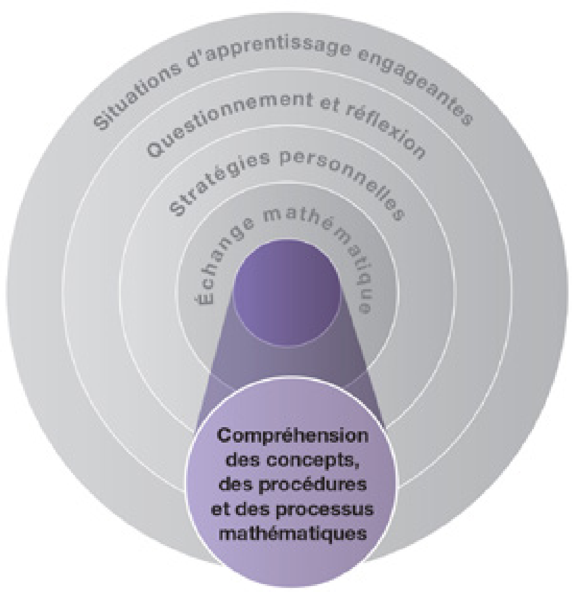
Un échange mathématique peut se dérouler de différentes façons selon l'intention pédagogique et selon les stratégies et les solutions que proposent les élèves; par exemple, l'enseignante ou l'enseignant choisit jusqu'à trois solutions, puis demande aux élèves de les expliquer dans une séquence qu'elle ou il aura déterminée.

L'échange mathématique peut prendre la forme d'un bansho (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011a) ou d'une galerie de stratégies (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b).

L'objectif de cette discussion en groupe-classe est de favoriser l'apprentissage selon l'intention pédagogique que vise la situation d'apprentissage. Pendant que les élèves expliquent leur raisonnement, d'autres écoutent, formulent des commentaires, posent des questions, demandent des clarifications et développent leurs idées mathématiques. L'enseignante ou l'enseignant, de son côté, intervient pour clarifier les propos et note les éléments de la discussion à côté des solutions des élèves en utilisant un langage mathématique précis, concis et explicite. Ce langage ou ces notations mathématiques permettent d'expliciter le raisonnement mathématique des élèves. Leurs idées deviennent plus formelles lorsqu'elles sont annotées à l'aide de termes mathématiques précis et de symboles. Les relations mathématiques existantes entre les solutions des élèves sont donc mises en évidence, ce qui leur permet de comprendre la manière dont les solutions sont liées les unes aux autres.

La compréhension des concepts, des procédures et des processus mathématiques

Au cours de l'échange mathématique, de nombreuses notations mathématiques ont probablement été utilisées et beaucoup de diagrammes ou de schémas ont été créés afin d'expliciter le raisonnement des élèves. L'objectif de la leçon peut donc avoir été oublié, noyé dans autant de détails.



À cette dernière étape, axée sur la compréhension des concepts, des procédures et des processus mathématiques, l'enseignante ou l'enseignant doit récapituler les idées et les stratégies mathématiques clés se rapportant au résultat d'apprentissage. Cette partie de la séquence d'enseignement se nomme *consolidation*. Elle est suivie de l'objectivation qui permet aux élèves de réfléchir sur leur apprentissage en utilisant leurs compétences métacognitives. Pour entreprendre cette réflexion, il importe de leur demander de décrire deux ou trois idées, des stratégies principales ou des processus utilisés lors de l'exploration et de consigner leur apprentissage dans un cahier ou un journal de mathématiques. Pour les élèves, l'objectivation est une étape constructive qui les aide à prendre conscience de leurs savoirs et de leur savoir-faire.

Le rôle de l'enseignante ou de l'enseignant

Dans une classe ou la résolution de problèmes est au cœur de l'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant doit être facilitatrice ou facilitateur de l'apprentissage, présenter divers types de problèmes, observer pour mieux évaluer en cours d'apprentissage, enseigner des conventions, des procédures et des algorithmes, puis consolider les savoirs.

En fournissant moins d'indices aux élèves au moment de la résolution d'un problème, l'enseignante ou l'enseignant les incite à collaborer pour proposer des hypothèses et les vérifier. Le rôle du personnel enseignant n'est pas uniquement celui de détenteur et de transmetteur du savoir. En adoptant le rôle de facilitateur, il se sert de ce que les élèves peuvent faire et, au moyen d'un questionnement stratégique, il les appuie dans le processus les menant à trouver une solution. La compréhension des concepts ne vient pas de l'élève seulement, mais des conversations entre elle ou lui et les autres, y compris son enseignante ou son enseignant. En prenant part avec d'autres à l'élaboration de la solution d'un problème, elle ou il peut arriver à acquérir le concept visé. L'apprentissage a lieu dans un contexte social, car c'est dans ce type de contexte qu'elle ou il apprend à prendre position et à développer une pensée critique relative à ses idées mathématiques ou à celles des autres.

Présenter des problèmes variés

Si l'enseignante ou l'enseignant désire que les élèves soient dans une situation d'apprentissage engageante, elle ou il doit leur présenter différents types de problèmes suscitant leur intérêt et leur curiosité, puis proposer à chacune et à chacun un défi qu'elle ou il peut réussir. En donnant aux élèves des problèmes bien détaillés comportant toutes les données, cela peut les amener à croire que l'objectif des mathématiques se résume à traduire de l'information en énoncés pour en arriver à une solution. En variant les genres de problèmes, cela incite les élèves à analyser chacun d'eux et à effectuer un raisonnement mathématique avant de choisir une stratégie appropriée.

Voici un exemple de problème ouvert et des exemples de problèmes parallèles, ainsi que leurs caractéristiques :

PROBLÈME OUVERT	PROBLÈMES PARALLÈLES
Organise un voyage à Vancouver en respectant un budget de 3 500 $.	1. Les coordonnées (8, –3) et (1, –5) sont les sommets d'un parallélogramme. Quelles pourraient être les coordonnées des autres sommets? 2. La coordonnée (8, –3) est le sommet au haut, à droite, d'un parallélogramme. Quelles pourraient être les coordonnées des autres sommets?
Caractéristiques ▶ L'énoncé est court. Le défi n'est pas nécessairement la compréhension du texte, mais plutôt la façon de résoudre le problème. ▶ L'énoncé ne donne ni la méthode ni la solution. La solution ne peut être qu'une simple utilisation ou une application de procédures vues durant le cours. ▶ Le problème ouvert, contenant peu de données explicites, est conçu pour aider les élèves à proposer des solutions multiples en faisant une analyse plus approfondie, tant sur le plan de la démarche à adopter que sur le plan des solutions les plus plausibles à proposer.	**Caractéristiques** ▶ Ces problèmes, généralement au nombre de deux, traitent de la même grande idée ou d'un même concept, mais selon différents degrés de difficulté. ▶ Les problèmes parallèles offrent la possibilité d'avoir un ensemble de questions semblables. ▶ Les problèmes parallèles permettent aux élèves de résoudre un problème selon leurs compétences. ▶ Les élèves ayant des défis à relever en mathématiques résolvent un problème plus simple, ce qui leur permet de faire un lien avec un problème plus complexe. ▶ Les problèmes parallèles peuvent être des problèmes ouverts. ▶ Ces types de problèmes contribuent à enrichir la discussion mathématique en salle de classe, puisque toutes et tous les élèves peuvent prendre part à l'échange mathématique.

Observer pour mieux évaluer en cours d'apprentissage

L'observation des élèves et la conversation avec elle et eux, au moment de la résolution de problèmes, permet à l'enseignante ou à l'enseignant :

- de cerner si les élèves comprennent l'intention pédagogique de la tâche;
- de déterminer ce que les élèves savent déjà;
- de repérer les concepts moins bien compris;
- de reconnaître la prise de risque au moment de répondre aux questions ou la proposition d'idées différentes;

- de planifier l'échange mathématique;
- de déterminer la façon dont se feront la consolidation et l'objectivation de l'apprentissage visé;
- de déterminer si les élèves peuvent évaluer la pertinence de leur démarche.

Enseigner des conventions, des procédures et l'utilisation judicieuse de modèles mathématiques

Il est vrai que la résolution de problèmes est au cœur de l'enseignement efficace des mathématiques, mais cela n'empêche pas de présenter aux élèves de façon plus explicite certaines conventions ou procédures, ou certains modèles mathématiques tels que les dispositions rectangulaires. L'objectif est qu'une fois maîtrisé le modèle mathématique ou la procédure serve de stratégie pour résoudre le problème. En ce qui concerne les symboles et les conventions, ils permettent aux élèves d'être plus efficaces. La résolution de problèmes aide le personnel enseignant à déceler le moment propice pour présenter aux élèves le langage et les symboles mathématiques appropriés à la situation d'apprentissage. Leur enseigner le langage et les symboles mathématiques au fur à mesure qu'elles et ils en ont besoin, cela les aide à les utiliser de façon contextualisée et appropriée. Peut-être est-ce aussi là une piste pour réduire la fréquence de la question que posent souvent les élèves : « À quoi cela sert-il d'apprendre cela? »

Consolider les savoirs

L'intention pédagogique de présenter aux élèves des problèmes au commencement d'une situation d'apprentissage, comme il a été décrit précédemment, a pour but d'explorer des concepts, de miser sur l'appropriation de certains processus (p. ex., raisonner, modéliser et réfléchir) ou de poursuivre le développement de différentes habiletés (p. ex., analyser, justifier et appliquer). L'enseignante ou l'enseignant doit aussi faciliter la consolidation des savoirs. L'échange mathématique est un moment propice pour déterminer ce qui doit être consolidé en vue de planifier les prochaines étapes. En donnant à des élèves une série de problèmes semblables à résoudre à la suite de l'exploration, la valeur pédagogique devient la consolidation de la compréhension d'un concept ou l'habileté à utiliser un algorithme, une procédure ou une stratégie. À ce stade, les élèves utilisent les connaissances acquises pour effectuer un travail sans être nécessairement en mode apprentissage.

LA CONSOLIDATION	L'OBJECTIVATION
C'est le moment où l'élève acquiert une compréhension solide d'un concept ou d'une habileté. Les échanges mathématiques, les exercices (minileçons, jeux et centres d'apprentissage) et le questionnement judicieux favorisent la consolidation des apprentissages en cours.	C'est le temps où l'élève prend conscience des actions posées, des stratégies utilisées, des concepts explorés, de ses forces et des défis qu'elle ou il doit relever. Cette prise de conscience devient un objet de raisonnement et de métacognition, et lui permet de se fixer de nouveaux objectifs et de déterminer les moyens pour y parvenir.

B. L'ENSEIGNEMENT EFFICACE DES MATHÉMATIQUES S'APPUIE SUR LES CONNAISSANCES ET LA COMPRÉHENSION ANTÉRIEURES DES CONCEPTS MATHÉMATIQUES DES ÉLÈVES ET EST PERTINENT À LEUR VÉCU

Les programmes-cadres de mathématiques de l'Ontario précisent qu'il faut favoriser un enseignement qui intègre de façon équilibrée les attentes et les contenus d'apprentissage des différents domaines. Pour ce faire, il est pertinent de regrouper les attentes et les contenus d'apprentissage autour d'une grande idée et de mettre en pratique des stratégies d'enseignement efficaces telles que celles liées à la résolution de problèmes. Les connaissances regroupées, ou les grandes idées, aident les élèves à établir plus facilement des liens entre les différents domaines. Elles leur permettent surtout de créer des liens, d'une année d'études à l'autre, entre les concepts clés tout en s'appuyant sur leurs connaissances antérieures et leur compréhension.

L'enseignement selon les grandes idées

L'enseignement efficace des mathématiques offre aux élèves des occasions d'explorer et d'approfondir les grandes idées en mathématiques. Qu'entend-on par *grande idée?* « Une grande idée, c'est l'énoncé d'une idée qui se situe au cœur de l'apprentissage des mathématiques en ce sens qu'elle relie de nombreux concepts mathématiques en un tout cohérent » (Charles, 2005, p. 10, traduction libre).

Aborder les grandes idées avec les élèves permet d'éviter de leur présenter séparément chaque contenu du programme-cadre. Elles et ils apprennent mieux lorsque des liens sont explicitement faits entre les nouvelles connaissances et leurs connaissances antérieures (Borko et Putman, 1995; Schifter, Bastable et Russell, 1997; Kennedy, 1997, cités dans Small, 2008, traduction libre). Les grandes idées aident les enseignantes et enseignants ainsi que les élèves à faire ces liens et par le fait même à approfondir leur compréhension des mathématiques (Small, 2008, traduction libre).

Selon Marian Small (2008, traduction libre), il importe que la grande idée soit présentée explicitement. Que ce soit pendant l'activité d'apprentissage, en posant des questions, ou au cours de la consolidation, la grande idée doit souvent être mise en valeur. Plus les élèves l'entendent, plus il y a de fortes chances qu'elles et ils l'assimilent ou la réutilisent dans leurs apprentissages subséquents. La répétition de celle-ci les aide à activer leurs connaissances antérieures et, en plus, favorise le développement du processus d'établissement de liens. Il est donc crucial d'avoir en tête les grandes idées au moment de la planification à long terme, de la planification à rebours des unités ou des situations d’apprentissage ainsi que pendant l’échange mathématique. Les grandes idées transcendent les différents domaines d’étude du programme-cadre et appuient la notion que l’apprentissage se fait en grande partie grâce aux connaissances antérieures et à la compréhension des élèves.

Voici quelques exemples de grandes idées dans les domaines Numération et sens du nombre, de la 4e à la 8e année, et Numération et algèbre, en 9e et en 10e année.

Grande idée 1
Il existe un nombre infini de possibilités de représenter de façon équivalente la relation entre des nombres. Chacune d’elles peut donner un aperçu des différents aspects de la relation. (Adapté de Small, 2011, p. 26 à 31 et p. 17 à 20, traduction libre.)

Situation présentée aux élèves :

Jean achète des viandes froides en vue de faire des sandwichs pour le pique-nique qu’organise l’école. Chaque kilogramme de viandes froides coûte 12 $ et permet de préparer 10 sandwichs. Quel sera le coût des viandes froides pour faire 25 sandwichs?

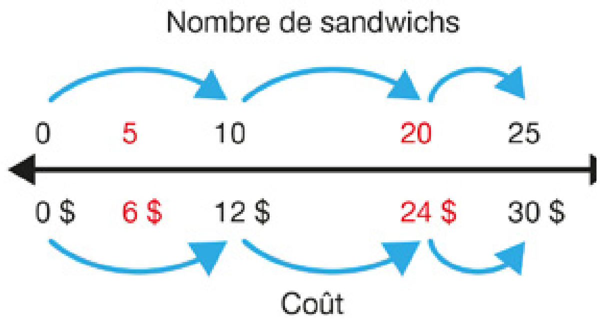
De la 4e à la 6e année

Au cycle moyen, les élèves se servent du matériel de manipulation et de divers modèles, comme les illustrations, les droites numériques et les tables de valeurs, pour reconnaître des relations proportionnelles et les décrire. Elles et ils utilisent intuitivement le raisonnement proportionnel.

Solutions possibles :

a) À l’aide d’une illustration.

b) À l'aide d'une droite numérique ouverte double.



La droite numérique ouverte double met en évidence des rapports qui permettent de résoudre des problèmes.

- Les élèves qui choisissent ce type de représentation graphique peuvent situer sur la droite numérique la moitié des quantités données, soit 5 sandwichs à 6 $, puis déterminer que 25 sandwichs correspondent à 30 $.
- Les élèves qui choisissent ce type de représentation graphique peuvent situer sur la droite numérique le double des quantités données, soit 20 sandwichs à 24 $, puis déterminer que 25 sandwichs correspondent à 30 $.

c) À l'aide d'une table de valeurs ou d'un tableau en T.

$\div 2$ $\times 5$

Nombre de sandwichs	10	5	25
Coût ($)	12	6	30

$\div 2$ $\times 5$

Nombre de sandwichs	Coût ($)
5	10
10	12
25	30

L'utilisation d'une table de valeurs, dans un problème portant sur la proportionnalité, n'est pas nécessairement enseignée, mais plutôt choisie par les élèves pour qui cette représentation est familière.

De la 7^e à la 9^e année

Les expériences informelles réalisées au cycle moyen servent à l'étude plus approfondie des rapports, des taux, des pourcentages et de l'algèbre au cours des années d'études ultérieures.

Solutions possibles :

a) À l'aide d'une représentation symbolique (proportion).

÷ 2   × 5

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

÷ 2   × 5

Solution à l'aide de **taux équivalents**.

÷ 10   × 25

$$\frac{10}{12} = \frac{1}{1{,}2} = \frac{25}{30}$$

÷ 10   × 25

Solution à l'aide d'un **taux unitaire**.

b) À l'aide d'une table de valeurs.

× 10   × 5

Nombre de sandwichs, *n*	0	1	5	10	25
Coût, *C* ($)	0	1,2	6	12	30

$\times \frac{6}{5}$

× 10   × 5

Les élèves qui utilisent une valeur numérique (coefficient de proportionnalité) pour déterminer la valeur de la seconde variable qui correspond à celle de la première variable, ont un raisonnement proportionnel.

c) À l'aide d'une équation.

Soit n, le nombre de sandwichs, et C, le coût d'un sandwich, en dollars.

$C = 1{,}2n$

Quel sera le coût si $n = 25$?

$C = 1{,}2(25)$

$C = 30$

Le coût des viandes froides pour faire 25 sandwichs est de 30 $.

Grande idée 2

Les règles qui régissent les relations entre les nombres et les opérations effectuées sur les nombres s'appliquent à l'algèbre.

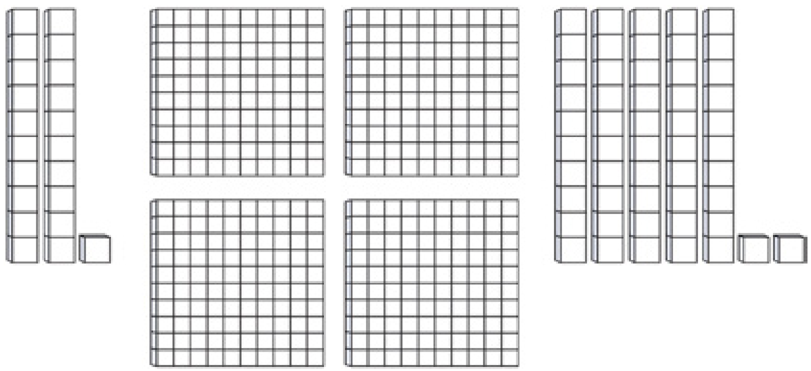
(Adapté de Small, 2011, p. 26 à 31 et p. 17 à 20, traduction libre.)

L'enseignante ou l'enseignant devrait faciliter l'établissement de liens entre les représentations utilisées en numération et celles dont peuvent se servir les élèves en algèbre. Les diverses représentations liées à la numération facilitent la compréhension des opérations algébriques.

De la 4e à la 6e année

À l'aide du matériel de base dix : additionner ou simplifier.

$21 + 400 + 50 + 2$



$= 70 + 400 + 3$

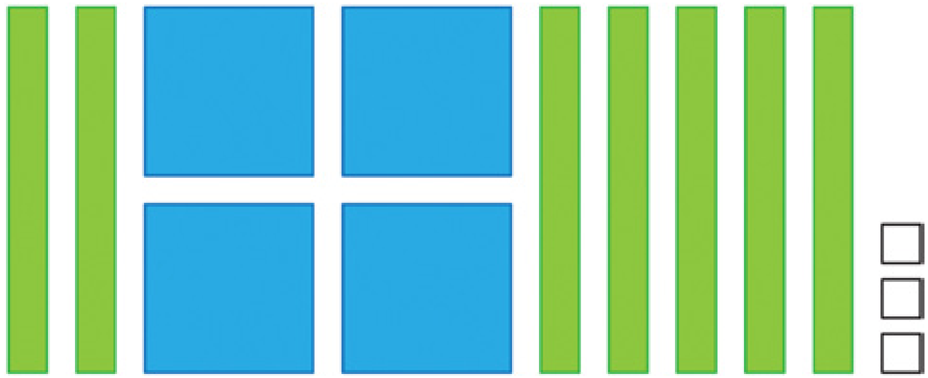
$= 473$

De la 7e à la 9e année

À l'aide de carreaux algébriques : additionner ou simplifier une expression algébrique.

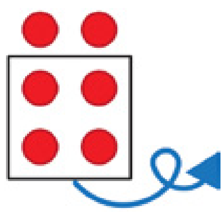
Note : Les carreaux algébriques permettent de représenter des expressions algébriques. C'est en se basant sur le concept d'aire que ce matériel a été conçu. Dans les exemples ci-dessous, le carreau blanc représente 1 (son aire est égale à $1 \times 1 = 1$ cm^2), le carreau vert représente x (son aire est égale à $1 \times x = x$) et le carreau bleu représente x^2 (son aire est égale à $x \times x = x^2$). Les carreaux rouges représentent -1, $-x$ et $-x^2$. À l'aide de ce matériel, les élèves peuvent représenter des monômes, des binômes et des trinômes.

$2x + 4x^2 + 5x + 3$ peut aussi s'écrire $4x^2 + 7x + 3$.



À l'aide de jetons bicolores : soustraire (contexte de retrait).

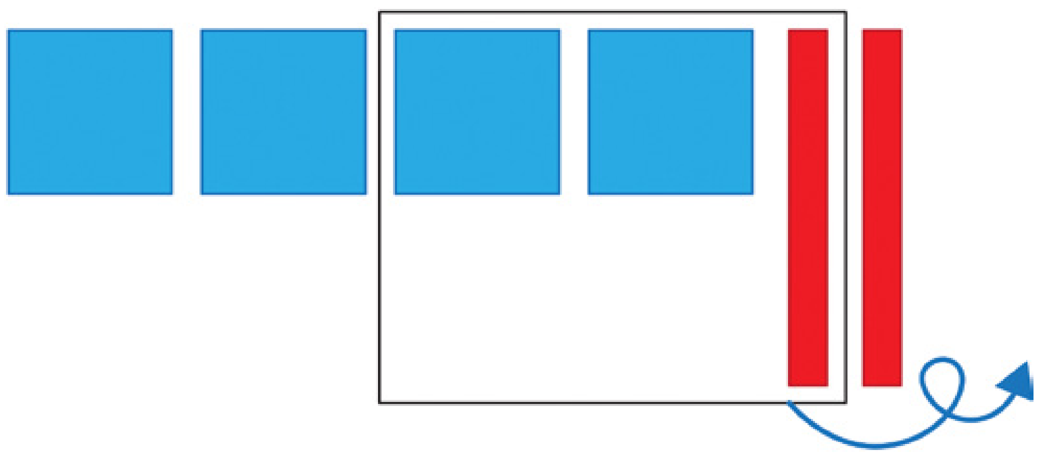
$-6 - (-4) = -2$



En 9e et en 10e année

À l'aide de carreaux algébriques : soustraire (contexte de retrait).

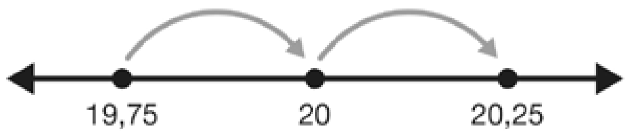
$(4x^2 - 2x) - (2x^2 - x) = 2x^2 - x$



En 7e et en 8e année

À l'aide d'une droite numérique ouverte : soustraire (stratégie : additionner pour soustraire).

J'avais une somme de 20,25 $. J'ai dépensé 19,75 $.
Combien d'argent me reste-t-il?
20,25 – 19,75



19,75 + 0,25 + 0,25

0,50 $
Il me reste 0,50 $.

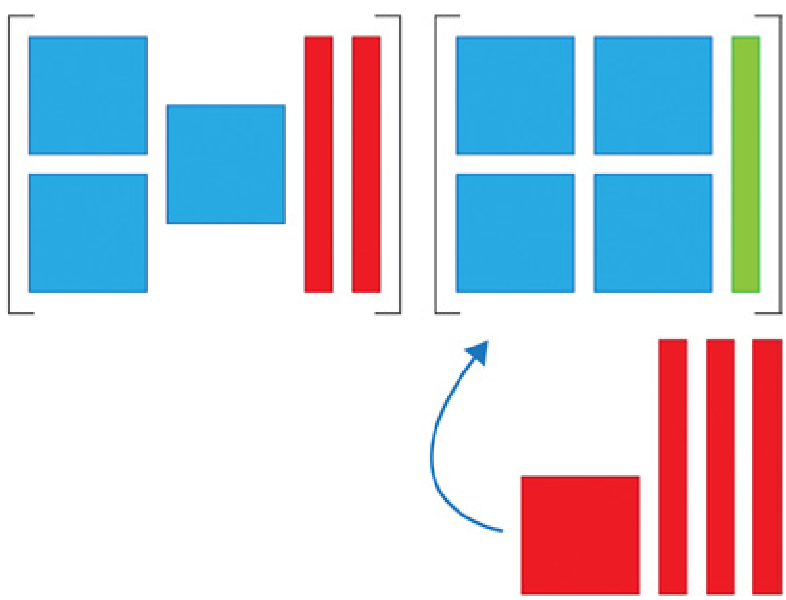
Se demander la quantité à ajouter à 19,75 pour obtenir 20,25 est plus efficace que tenter de soustraire 19,75 de 20,25.

Note : Il est possible de comparer 20,25 avec 19,75. Alors, il faut tenir compte de l'écart entre les deux termes. *Déterminer la différence* signifie « Combien dois-je ajouter au second terme pour obtenir le premier terme? »

En 9e et en 10e année

À l'aide de carreaux algébriques : soustraire (stratégie : additionner pour soustraire).

$(3x^2 - 2x) - (4x^2 + x) = -x^2 + -3x$



Il faut tenir compte de l'écart entre $(4x^2 + x)$ et $3x^2 - 2x$.

Déterminer la différence signifie « Combien dois-je ajouter au second binôme pour obtenir le premier binôme? » J'ajoute un carré rouge ($-x^2$) et trois bâtonnets rouges ($-3x$).

De la 4e à la 6e année

À l'aide d'une disposition rectangulaire : multiplier (stratégie : décomposer).

L'utilisation d'une disposition rectangulaire illustre la propriété de distributivité de la multiplication.

	30	2
20	600	40
8	240	16

840 + 56

896

$$
\begin{aligned}
28 \times 32 &= (20 \times 30) + (20 \times 2) + (8 \times 30) + (8 \times 2)\\
&= 600 + 40 + 240 + 16\\
&= 896
\end{aligned}
$$

En 10e année

À l'aide d'une disposition rectangulaire : multiplier (stratégie : décomposer).

La multiplication de monômes disposés en rangs et en colonnes facilite la compréhension de la multiplication de binômes.

$$
\begin{aligned}
(x + 5) \times (x + 2) &= x^2 + 2x + 5x + 10\\
&= x^2 + 7x + 10
\end{aligned}
$$

	x	2
x	x^2	$2x$
5	$5x$	10

En 8e année

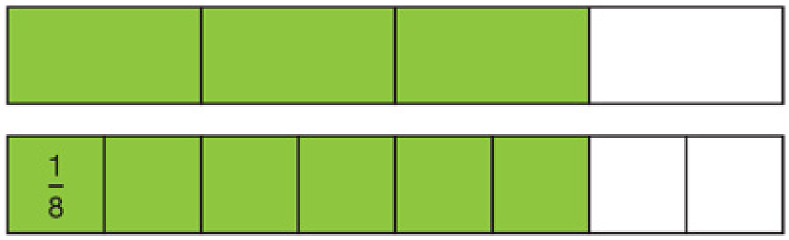
À l'aide d'un modèle de surface : diviser (stratégies : comparer et retrait).

Note : Au besoin, consulter l'**Annexe 1 – Fractions équivalentes**.

Chaque personne recevra $\frac{1}{8}$ d'une barre de céréales. Combien de personnes recevront une part de la barre de céréales s'il n'en reste que $\frac{3}{4}$?

Combien de $\frac{1}{8}$ y a-t-il dans $\frac{3}{4}$? Il y en a 6.

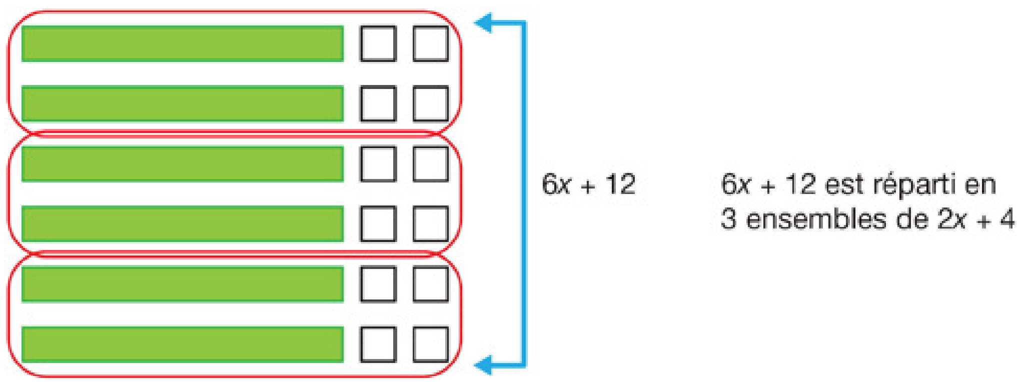
Il y a donc 6 personnes qui recevront une part de la barre de céréales.



$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{6}{8} \div \frac{1}{8} = 6$$

En 10e année

À l’aide de carreaux algébriques : diviser (stratégies : comparer et retrait).
$(6x + 12) \div (2x + 4) = ?$
Combien de $(2x + 4)$ y a-t-il dans $6x + 12$? Il y en a 3.

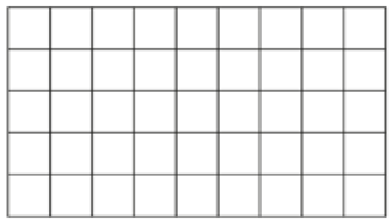


Grande idée 3
Établir diverses relations en mesure facilite la formulation de conjectures et de généralisations.

De la 4e à la 8e année

Aire de diverses figures

Pour déterminer l’aire de diverses figures, les élèves doivent comprendre le concept fondamental suivant, soit la « structure associée aux unités de mesure » de l’aire. Elles et ils s’aperçoivent que « les unités de mesure [d’une figure] doivent être juxtaposées dans un espace à deux dimensions, sans espace ni chevauchement, de façon à recouvrir [la figure] selon une disposition rectangulaire constituée de colonnes et de rangées » (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2010b, p. 56). Alors, la formule $b \times h$ prend un sens pour elles et eux.

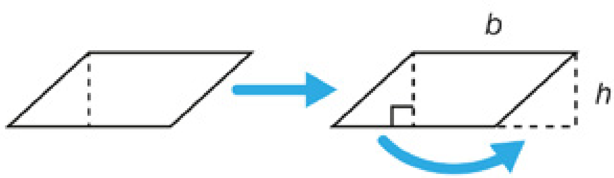


« Le rectangle est composé d'unités carrées disposées en 9 colonnes de 5 rangées chacune. L'aire du rectangle est donc égale à 45 unités carrées » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010b, p. 56).

(Illustration et texte tirés de Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010b, p. 56.)

PARALLÉLOGRAMME

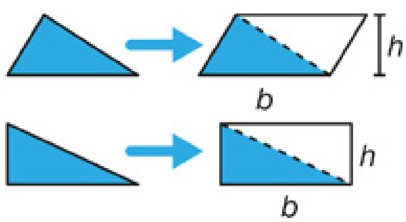
Il est possible de transformer un parallélogramme en rectangle, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire d'un parallélogramme.



$$A = b \times h$$

TRIANGLE

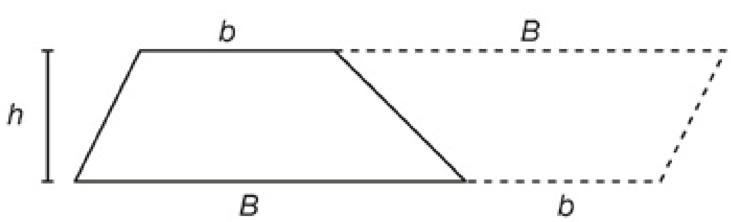
Il est possible de construire un parallélogramme ou un rectangle en utilisant deux triangles identiques, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire d'un triangle.



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

TRAPÈZE

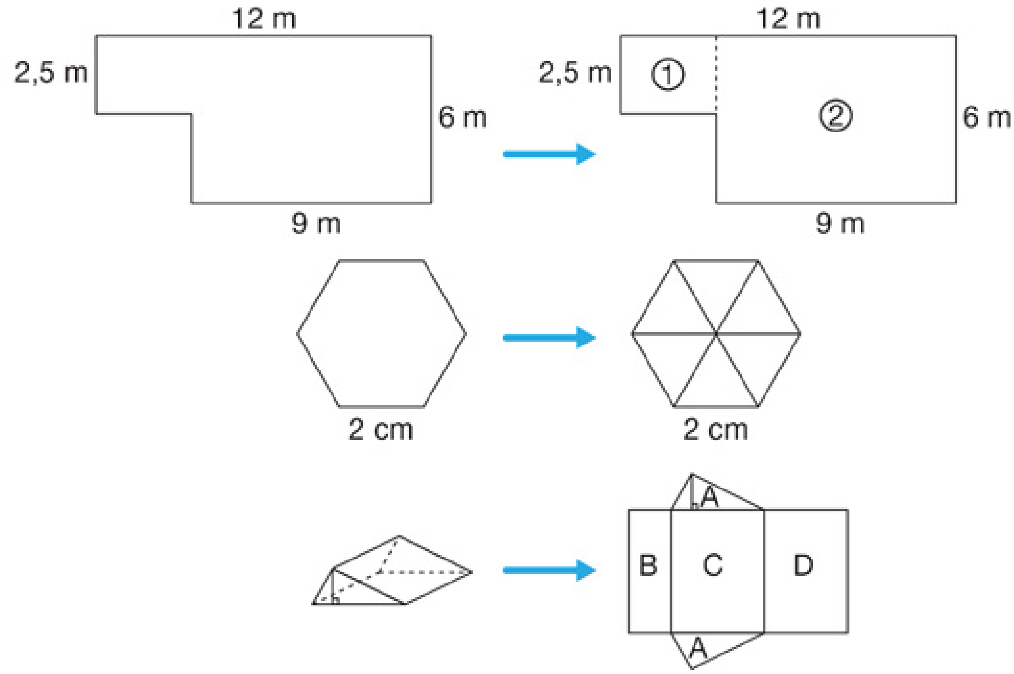
Il est possible de construire un parallélogramme en partant de deux trapèzes identiques, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire d'un trapèze.



$$A = \frac{(b + B) \times h}{2}$$

Aire de figures complexes et de solides

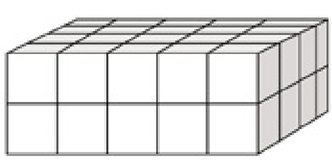
Les figures complexes et les solides sont construits en partant de figures simples, cela aide à comprendre la façon de déterminer leur aire.



(Les figures mathématiques ci-dessus sont adaptées de Conseil des écoles catholiques du Centre-Est (CECCE) (2010). *Les apprentissages essentiels en numératie 7-9 – Mesure*.)

Volume de divers solides

Pour déterminer le volume de divers solides, les élèves doivent comprendre le concept fondamental suivant, soit « la structure associée aux unités de mesure » du volume. Elles et ils s'aperçoivent que « les unités de mesure doivent être placées, sans espace ni chevauchement, de façon à former des dispositions rectangulaires d'unités cubiques. Ces dispositions rectangulaires sont ensuite juxtaposées en une troisième dimension pour créer un prisme de même volume que le prisme donné » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010b, p. 57). Alors, la formule $A_b \times h$ prend un sens pour elles et eux.

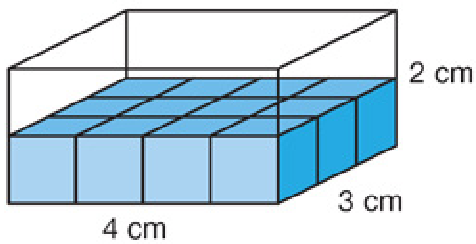


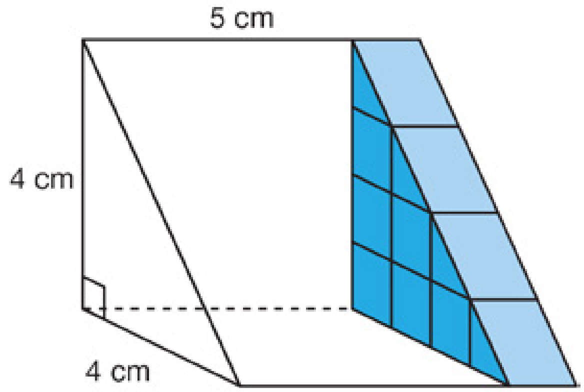
« Le prisme est composé de 2 dispositions rectangulaires. Chacune est composée de 20 unités cubiques disposées en 5 colonnes de 4 rangées chacune. Le volume du prisme est donc égal à 40 unités cubiques » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010b, p. 57).

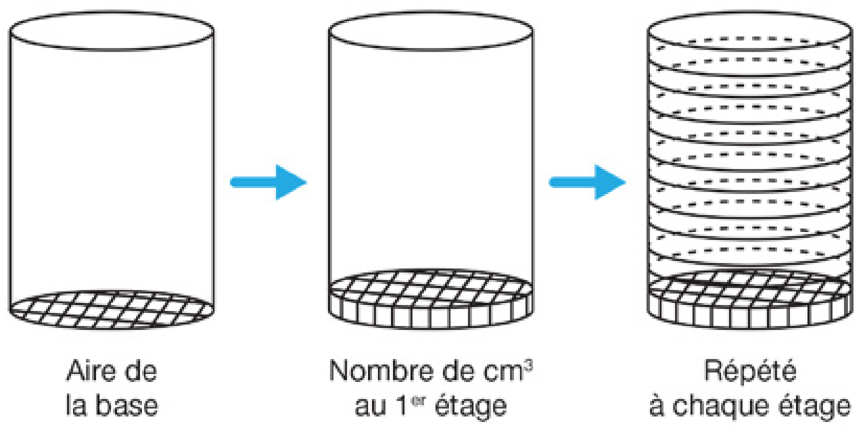
(Illustrations et texte tirés de Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010b, p. 57.)

PRISMES DROITS ET CYLINDRE

Il est possible de construire tous les prismes droits et le cylindre en partant d'une base qui est répétée, cela aide à comprendre la façon de déterminer le volume de prismes droits et du cylindre.







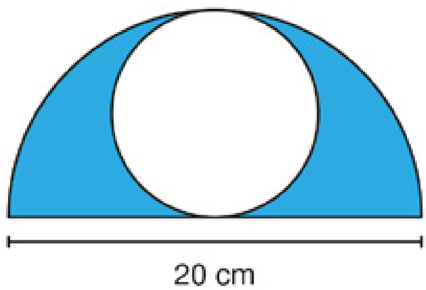
volume = aire de la base × hauteur

En 9e année

Aire de diverses figures complexes et de certains solides

En 9e année, les élèves continuent d'explorer diverses figures complexes et certains solides en vue de consolider leurs apprentissages quant aux relations qui existent entre ces figures et ces solides. Les deux premiers exemples peuvent être utilisés en 8e année, car les figures qui les composent sont vues avant la 9e année.

Il est important que l'élève se rende compte qu'il est possible de décomposer une figure complexe en figures simples pour l'aider à comprendre la façon de déterminer l'aire d'une figure complexe. Elle ou il s'aperçoit que l'aire totale du solide est égale à la somme des aires de chacune des faces du solide.

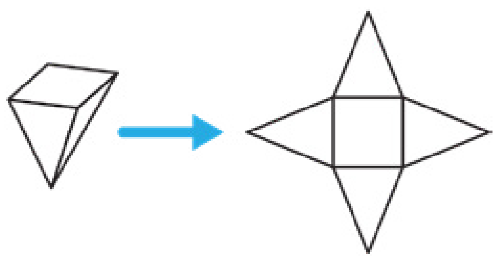


La figure ci-contre est composée d'un cercle et d'un demi-cercle.

SOLIDES

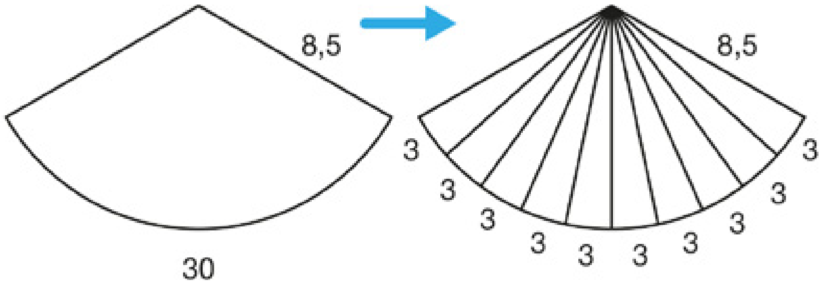
Pyramide à base carrée

Il est possible de construire le développement d'un solide à l'aide de figures simples, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire d'un solide.



Cône (aire latérale)

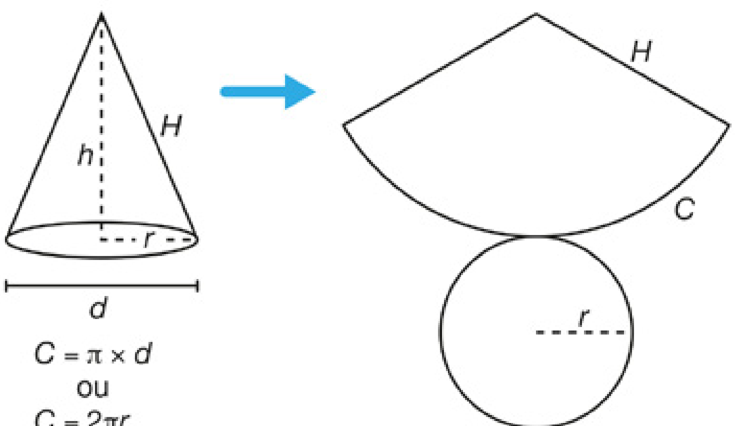
Il est possible de construire un cône en partant de plusieurs triangles, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire latérale d'un cône.



$$A = 10 \times \frac{3 \times 8,5}{2}$$

Cône (aire totale)

Il est possible de construire un cône en partant de deux figures simples, cela aide à comprendre la façon de déterminer l'aire totale d'un cône.



$C = \pi \times d$

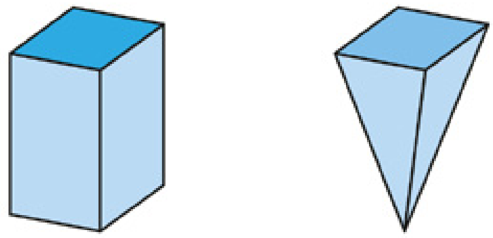
ou

$C = 2\pi r$

$$A = \frac{C \times H}{2} + \pi r^2$$

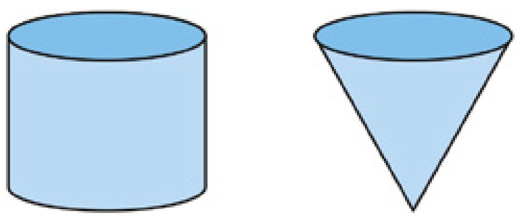
Relation entre le volume de solides

Il est possible de construire un prisme à base carrée en sachant que la capacité de trois pyramides à base carrée, dont la hauteur et l'aire de la base correspondent à celles du prisme, peut être contenue dans le prisme, ce qui aide à en déterminer le volume.



$V = A_{base} \times h$ $\qquad$ $V = \frac{1}{3} A_{base} \times h$

Il est possible de construire un cylindre en sachant que la capacité de trois cônes, dont la hauteur et l'aire de la base correspondent à celles du cylindre, peut être contenue dans le cylindre, ce qui aide à en déterminer le volume.



$V = A_{base} \times h$ $\qquad$ $V = \frac{1}{3} A_{base} \times h$

(Les figures mathématiques ci-dessus sont adaptées de Conseil des écoles catholiques du Centre-Est (CECCE) (2010). *Les apprentissages essentiels en numératie 7-9 – Mesure*.)

C. L’ENSEIGNEMENT EFFICACE DES MATHÉMATIQUES EST PLANIFIÉ AFIN DE RÉPONDRE À LA DIVERSITÉ DES BESOINS EN APPRENTISSAGE DES ÉLÈVES

Le but de l’enseignement efficace dans toutes les matières :

> […] est de faire participer activement tous les élèves à leur apprentissage scolaire. Tous les élèves ont besoin d’avoir suffisamment de temps et de contextes de résolution de problèmes pour utiliser des concepts, procédures et stratégies mathématiques, les développer et les consolider » (Ministère de l’Éducation de l’Ontario, 2008a, p. 1).

Puisque le principal objectif de l’enseignement efficace est de répondre aux besoins d’apprentissage de chaque élève, en mathématiques comme dans toutes les matières, il ne se limite donc pas à la mise en place de stratégies qui satisfont uniquement aux besoins d’une partie du groupe-classe. Il importe que le personnel enseignant valorise et respecte la diversité de pensée de toutes et de tous les élèves en leur offrant des occasions de faire des choix selon leur profil d’apprentissage.

Les éléments d’une planification efficace

La situation d’apprentissage ci-dessous illustre une planification efficace dans une salle de classe de 9e année. L’intention pédagogique à long terme est de consolider le concept de l’aire totale et celui du volume de solides, ainsi que les procédures liées au calcul de l’aire et du volume.

L’enseignante souhaite explorer avec ses élèves la grande idée « Établir diverses relations en mesure facilite la formulation de conjectures et de généralisations dans le domaine Mesure ». Elle leur soumet le problème suivant.

Problème

Si tu devais décrire les objets ci-dessous en utilisant uniquement des noms de solides, quelle serait ta description de chacun d’eux? Comment pourrais-tu calculer le volume de chacun?

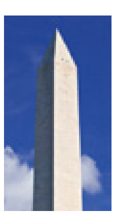
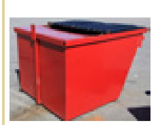
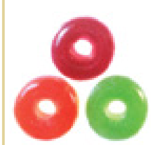
						

Photo 1	Photo 2	Photo 3	Photo 4	Photo 5	Photo 6	Photo 7

Certaines situations d'apprentissage peuvent être planifiées de manière que les élèves analysent les éléments de leur environnement. Une activité, comme une expédition mathématique, telle que celle décrite dans *L'InforMATHeur* (Association francophone pour l'enseignement des mathématiques en Ontario, nº 12, mai 2017, p. 6 et 7) ou celle présentée à l'annexe 2, favorisera l'amélioration de leur raisonnement spatial. Dans ce type d'activité, les photos ne sont pas données aux élèves, ce sont plutôt les élèves qui prennent les photos liées à la situation d'apprentissage.

Dans toute situation d'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant doit tenir compte des éléments de planification suivants :

- se concentrer sur l'enseignement d'un concept clé ou d'une grande idée;
- planifier selon une trajectoire d'enseignement et d'apprentissage;
- présenter des problèmes ouverts ou des problèmes parallèles;
- prendre de bonnes décisions pédagogiques à la suite d'observations et de conversations;
- planifier l'échange mathématique et la consolidation.

Se concentrer sur l'enseignement d'un concept clé ou d'une grande idée

L'enseignante ou l'enseignant qui différencie son enseignement ne doit pas oublier l'intention pédagogique de la leçon et les concepts clés visés. Les concepts visés peuvent être morcelés pour faciliter la construction de sens chez certaines et certains élèves éprouvant des difficultés. L'enseignante ou l'enseignant propose, par exemple, une activité comportant de petits nombres, qui permet d'établir un parallèle entre les petits nombres et les plus grands nombres, ou une situation plus complexe qui aide à mieux comprendre la démarche ou la solution liée au problème.

Photo 1 : « Je vois un prisme à base triangulaire avec une pyramide à base triangulaire sur le dessus. »

Pour résoudre le problème que propose l'enseignante, les élèves doivent analyser la structure d'un solide composé pour être en mesure de planifier le calcul de son volume. L'enseignante sait qu'elles et ils devront utiliser des mots comme *et* ou *avec* pour décrire certains solides composés (p. ex., la photo 1). Elle sait également qu'elles et ils devront exprimer l'idée qu'une partie du solide a été enlevée pour certains solides composés (p. ex., la photo 5).

Photo 5 : « Je vois un grand prisme à base rectangulaire duquel on a "enlevé" un prisme à base triangulaire. »

Planifier selon une trajectoire d'apprentissage et d'enseignement

Selon Clements et Sarama (2004, p. 83, traduction libre), une trajectoire d'apprentissage décrit la pensée et l'apprentissage de concepts dans un domaine spécifique par l'entremise d'un ensemble de tâches planifiées pour engager des processus mentaux ou des actions afin d'aider l'élève à évoluer à travers différents niveaux de pensées.

L'enseignante ou l'enseignant propose aux élèves des activités qui s'appuient sur une trajectoire d'enseignement et une trajectoire d'apprentissage d'un concept. Elle ou il leur assigne des tâches ou leur soumet des problèmes qui tiennent compte du cheminement relatif à une trajectoire d'apprentissage. Elle ou il est ainsi en mesure d'évaluer si certains concepts ne sont pas maîtrisés.

Le fait de résoudre le problème que propose l'enseignante, soit connaître le lien qui existe entre savoir décrire une figure complexe et être en mesure de la décomposer en figures plus simples, aide l'élève à utiliser cette stratégie pour déterminer le volume de solides composés. L'enseignante connaît les concepts sous-jacents à la compréhension du volume de solides composés. Alors, elle sait que, si une ou un élève éprouve des difficultés à faire l'analyse d'un solide (même à l'aide du matériel de manipulation), cette dernière ou ce dernier ne comprendra probablement pas un problème demandant de calculer le volume d'un solide composé. Elle pourrait également déterminer si l'élève éprouve des difficultés quant au calcul de l'aire de figures complexes.

Présenter des problèmes ouverts ou des problèmes parallèles

L'enseignante ou l'enseignant présente aux élèves des problèmes ouverts ou des problèmes parallèles se situant dans leur zone proximale de développement en vue de leur permettre d'évoluer dans la trajectoire d'apprentissage visée et de construire leur pensée mathématique. Selon Vygotsky (1980, p. 86, traduction libre, cité dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a), la zone proximale de développement se situe entre :

> […] le niveau de développement actuel de l'élève qui est déterminé par sa capacité à résoudre seul un problème et le niveau de développement potentiel, qui lui, est déterminé par sa capacité de résoudre un problème avec le soutien d'un adulte ou avec la collaboration d'un pair plus compétent que lui. (p. 38)

Les problèmes ouverts offrent plusieurs « points d'entrée », encouragent l'utilisation d'une multitude de stratégies et permettent de proposer plusieurs solutions. Les problèmes parallèles sont axés sur les mêmes concepts, mais font appel aux différentes compétences des élèves.

Le problème que propose l'enseignante aux élèves est un problème ouvert, puisqu'elles et ils doivent identifier les solides qui composent l'objet et déterminer les données dont elles et ils auront besoin pour en calculer le volume.

Pour transformer le problème ouvert en problèmes parallèles, l'enseignante fournit différentes données aux élèves qui doivent déterminer le volume de chacun des objets. Elle limite aussi le nombre de solides à décrire. En ce qui concerne la photo 1, elle donne à certaines et à certains élèves la hauteur de la pyramide, tandis qu'à d'autres elle leur fournit des données qui leur permettraient de déterminer la hauteur de la pyramide à l'aide du théorème de Pythagore.

(Les trois éléments de planification précédents sont inspirés de Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008a, p. 2 à 4.)

Prendre de bonnes décisions pédagogiques à la suite d'observations et de conversations

Au moment de la planification, il importe que l'enseignante ou l'enseignant anticipe les différentes réactions qu'auront les élèves devant le problème à résoudre afin de déterminer les défis à venir. Il est parfois difficile de prévoir les défis liés à une tâche. L'enseignante ou l'enseignant peut même être surpris des difficultés que certaines et certains élèves éprouvent en analysant un problème ou des erreurs qu'elles et ils commettent.

À la suite de ses observations, l'enseignante est confrontée à des défis qu'elle n'avait pas anticipés. Elle tente de comprendre le raisonnement mathématique des élèves ou les lacunes dans leur raisonnement pouvant expliquer les diverses réponses données. Elle note qu'un certain nombre d'élèves croyait qu'il n'existait qu'un terme mathématique pour décrire chacun des objets. D'autres voyaient que les objets étaient composés de plus d'un solide, mais elles et ils ne pouvaient pas les identifier. Certaines et certains constataient qu'un morceau d'un solide avait été enlevé, mais elles et ils ne pouvaient pas le nommer. Enfin, plusieurs d'entre elles et eux éprouvaient des difficultés à visualiser les objets en trois dimensions.

Devant une telle variété de réponses, l'enseignante ne peut immédiatement donner suite à son intention pédagogique qui est le calcul du volume de solides complexes. Toutefois, elle est en mesure de prendre de bonnes décisions pédagogiques en se fiant à ses observations, en écoutant les interactions entre les élèves et en tenant compte de leurs idées et de leurs stratégies.

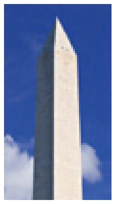


Photo 1	Photo 2	Photo 3	Photo 4	Photo 5	Photo 6	Photo 7

Observations de l’enseignante	Considérations pédagogiques relatives aux solutions des élèves
▶ Mélanie et Hakim attendent que l’enseignante leur donne plus d’aide.	▶ Mélanie et Hakim doivent être plus indépendants dans leur apprentissage. Pour les guider, elle leur remet la feuille de formules de l’OQRE pour qu’ils aient à leur disposition le vocabulaire mathématique à connaître.
▶ Alexandre et Julie-Anne disent que l’objet de la première photo se nomme *pyramide*.	▶ Alexandre et Julie-Anne semblent avoir de la difficulté à visualiser l’objet de la photo 1. Elle les appuie dans leur apprentissage en leur remettant du matériel de manipulation, comme des solides, et leur demande de reproduire la structure de la première photo ainsi que les autres objets.
▶ Ruth et Gabriel disent que l’objet de la photo 7 est un cylindre ayant un trou en forme de sphère. ▶ Jasmine et Bryanna croient que les photos 3, 4 et 5 représentent les mêmes solides.	▶ Elle propose à Ruth, à Gabriel, à Jasmine et à Bryanna de se servir de matériel qui se moule ou qui se coupe, comme de la pâte à modeler ou de la mousse florale, pour reproduire certains objets.
▶ Maxime et Annabelle disent que l’objet de la photo 6 est un cylindre et une demi-sphère.	▶ Elle suggère à Maxime et à Annabelle d’identifier d’autres objets, dont la description nécessite l’utilisation du mot *et*, comme l’objet de la photo 6 (cylindre *et* demi-sphère).
▶ Katia et Myriam remarquent que l’objet de la quatrième photo est un solide, dont le haut est coupé, mais elles n’arrivent pas à le nommer.	▶ Elle propose à Katia et à Myriam de construire le « bout » coupé du solide à l’aide du matériel fourni.
▶ Martin et Justine décrivent chacun les objets des photos en utilisant le vocabulaire approprié.	▶ Elle suggère à Martin et à Justine de déterminer les dimensions réalistes d’un solide de leur choix en vue d’en calculer le volume.

Planifier l'échange mathématique et la consolidation

Au moment de la consolidation d'une leçon, l'enseignante ou l'enseignant s'assure que les élèves prennent part à la discussion et discutent de leurs stratégies et de leurs solutions. « Pour coordonner une discussion, l'enseignante ou l'enseignant doit discerner le raisonnement mathématique qui sous-tend les réponses des élèves afin d'organiser le partage des solutions de façon à établir un savoir mathématique collectif relatif à l'objectif d'apprentissage de la leçon » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008a, p. 2).

Au cours de l'échange mathématique relatif au problème ci-dessus, l'enseignante pourrait poser aux élèves les questions ci-dessous pour mieux comprendre leur raisonnement :

- Combien de solides forment l'objet de la photo que tu as observée?
- Y a-t-il différentes façons de décrire les objets des photos?
- Comment la description de l'objet t'aide-t-elle à déterminer la marche à suivre pour calculer son volume?
- Pour quels objets devras-tu utiliser une soustraction en vue de calculer leur volume? Comment le sais-tu?
- Comment la description de l'objet peut-elle t'aider si tu dois déterminer son aire totale? Qu'est-ce qui est différent lorsqu'il s'agit de calculer son volume?
- Qu'est-ce qui est différent lorsque tu détermines le volume de l'objet de la photo 3 et celui de l'objet de la photo 4?

D. L'ENSEIGNEMENT EFFICACE DES MATHÉMATIQUES REPOSE SUR LA CONVICTION QUE CHAQUE ÉLÈVE DOIT CONSTRUIRE SA COMPRÉHENSION DES CONCEPTS DANS UN ENVIRONNEMENT PROPICE À L'APPRENTISSAGE

Dans leur ouvrage *L'enseignement des mathématiques – L'élève au centre de son apprentissage*, Van de Walle et Lovin (2008, tome 3) affirment que :

> [f]abriquer un objet dans le monde concret demande des outils, des matériaux et de l'effort. Il en est de même de la construction des idées. Les outils que nous utilisons pour édifier notre compréhension sont nos notions préalables ou antérieures, c'est-à-dire les connaissances que nous possédons déjà. Nos matériaux sont ce que nous voyons, entendons ou touchons, autrement dit les éléments de notre environnement physique. Parfois, ces matériaux seront nos idées et nos pensées, soit les idées que nous avons déjà et les pensées qui serviront à modifier certaines d'entre elles. Enfin, l'effort à fournir est une pensée active et réfléchie. Il ne peut y avoir d'apprentissage efficace sans que notre esprit soit engagé dans une démarche de réflexion. (p. 2)

Ces propos révèlent les trois éléments importants de la construction des savoirs, soit les connaissances antérieures qui contribuent à donner un sens à de nouveaux apprentissages, les expériences qui créent un réseau de savoirs et une pensée active et réfléchie sans laquelle il n'y a pas d'apprentissage. Selon Schifter et Fosnot (1993, p. 9, traduction libre, citées dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006a, p. 38) :

> [s]i la création des réseaux conceptuels qui constituent la carte de la représentation du monde qui l'entoure – y compris les mathématiques – résulte d'une activité déductive et interprétative, il s'ensuit que, malgré toute la lucidité et la patience dont l'enseignant ou l'enseignante peut faire preuve dans ses explications, il lui est impossible de comprendre à la place des élèves.

L'objectivation : une réflexion sur l'apprentissage

Au moment de la planification d'une séquence d'apprentissage, il est essentiel de prévoir des moments d'objectivation. L'objectivation correspond au processus interne par lequel les élèves revoient mentalement les concepts, les résument et décident s'ils ont un sens et de la pertinence pour elles et eux. Cette étape leur donne également l'occasion de formuler des questions qui pourraient les aider à clarifier certaines notions incomprises.

Ce processus métacognitif permet progressivement de faire le transfert des savoirs et des savoir-faire. C'est souvent à cette étape que les élèves arrivent au terme du processus d'établissement de liens et attribuent un sens et de la pertinence au nouvel apprentissage. Elles et ils améliorent ainsi la probabilité que l'apprentissage soit « imprimé » dans leur mémoire à long terme.

La consolidation est-elle l'équivalent de l'objectivation?

La consolidation n'est pas l'équivalent de l'objectivation. Au moment de la consolidation, l'enseignante ou l'enseignant fait la grande partie du travail. Elle ou il récapitule les concepts clés mentionnés durant le cours, vérifie la compréhension des élèves, détermine la prochaine étape et, au besoin, fait un retour sur certains concepts.

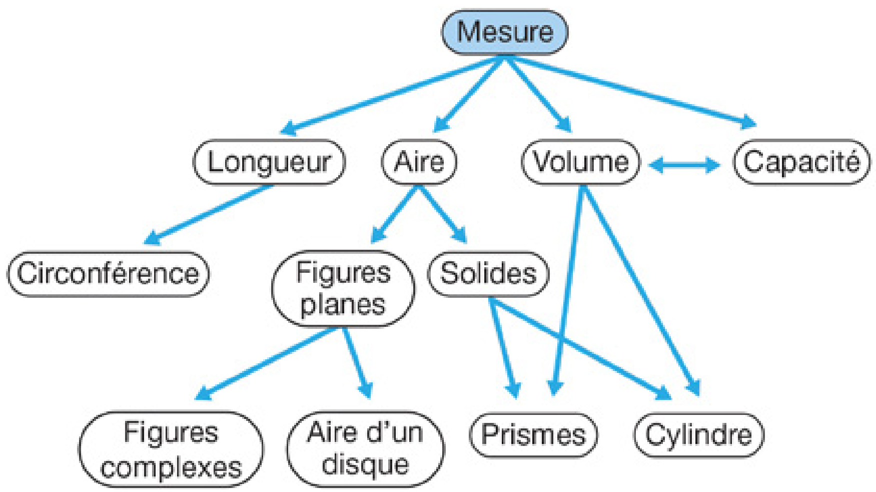
Selon Sousa, dans son ouvrage *Un cerveau pour apprendre les mathématiques* (2010, p. 186), l'objectivation peut avoir lieu à différents moments d'un cours.

- Elle peut se faire au commencement d'un cours :
  « Prenez deux minutes pour repenser à ce que vous avez appris hier sur l'addition de fractions et préparez-vous à en discuter. »
- Elle peut survenir pendant un cours :
  « Révisez les deux premières étapes de cette démarche avant de passer à l'étape suivante. »
- Elle devrait presque toujours avoir lieu à la fin d'un cours pour lier toutes les parties d'une séquence d'apprentissage :
  « Pensez à ce que vous avez appris aujourd'hui. Décrivez, dans votre cahier, ce que vous devriez remarquer avant de calculer le volume des solides. Expliquez en quoi cela contribue à la communication de votre démarche. »

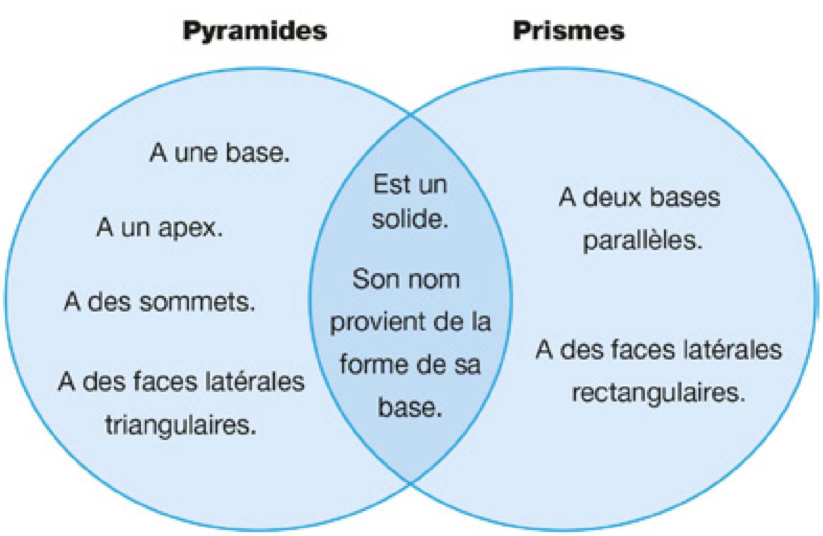
Les traces du travail des élèves pour consolider l'apprentissage des mathématiques

Les stratégies proposées ci-dessous aident les élèves à garder des traces de leur travail afin qu'elles et ils prennent conscience de leurs apprentissages. L'enseignante ou l'enseignant doit s'attendre à ce qu'elles et ils se servent de leurs idées, de leurs phrases, de leurs mots ou de leurs schémas pour faire la synthèse des concepts acquis et approfondir leur compréhension de l'apprentissage avant de l'appliquer dans d'autres contextes.

- Le **réseau conceptuel** : il permet d'établir des liens entre les idées d'un concept à l'étude.

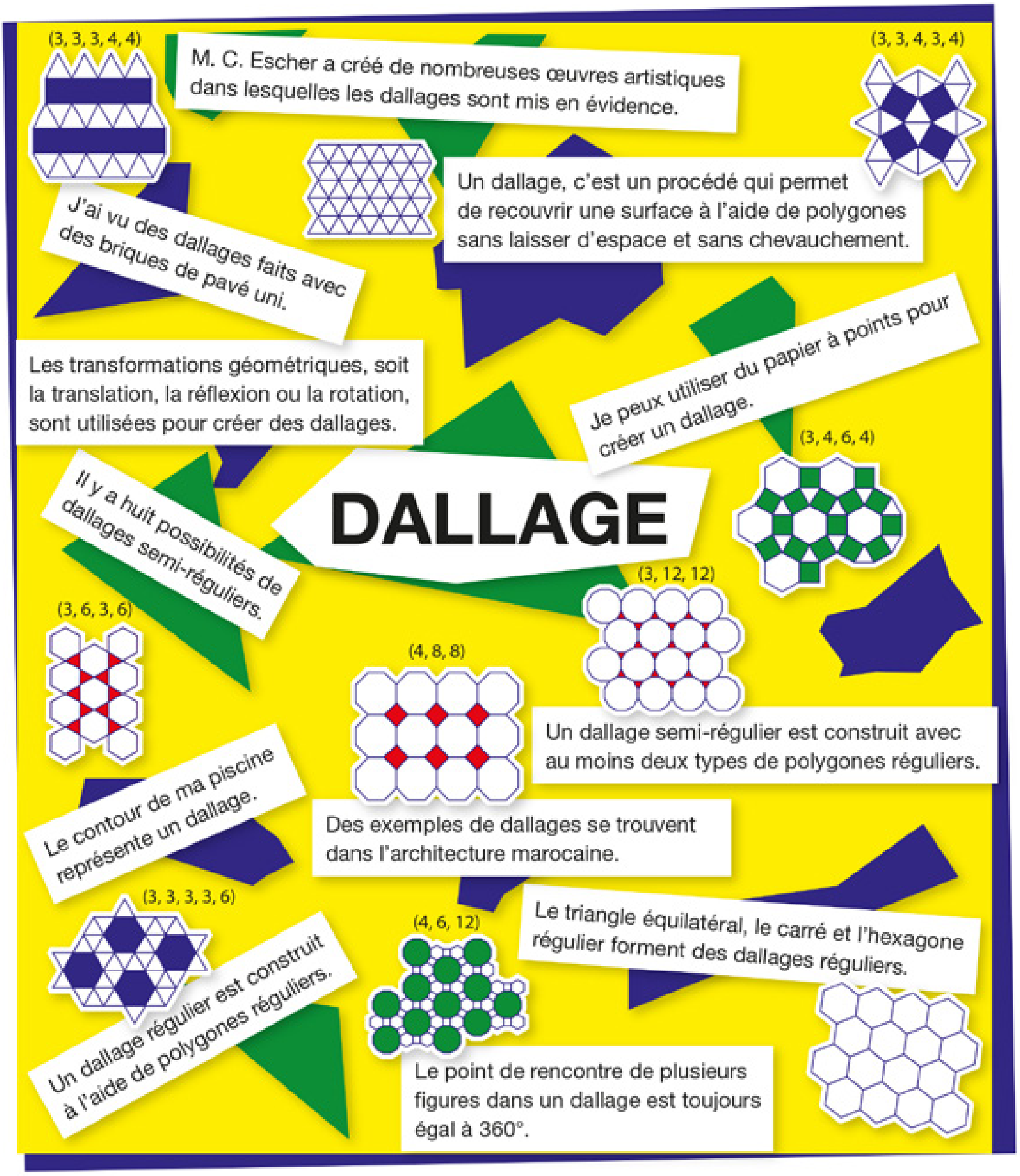


- Le **diagramme de Venn** : il permet de mettre en évidence les relations d'inclusion et d'exclusion.



Développer une compréhension de l'enseignement efficace des mathématiques

- L'**affiche** : elle peut être créée à l'aide d'un collage ou de façon numérique.



- Le **journal de mathématiques numérique** : il peut être réalisé dans une salle de classe où les élèves ont accès à des ordinateurs ou à des tablettes. Dans ce cas, elles et ils pourraient même ajouter, dans leur journal de mathématiques, des éléments multimédias tels que :
  - des photos ou des illustrations annotées;
  - des vidéos expliquant un concept ou du vocabulaire;
  - des animations Flash permettant de mieux comprendre certains concepts;
  - des présentations réalisées à l'aide de logiciels ou d'applications.

Si les élèves ont accès à Internet, il est possible de pousser encore plus loin la production d'un journal de mathématiques en leur permettant de rendre leur journal plus « social ». En effet, en utilisant des technologies, comme les blogues, les wikis, les forums de discussion ou les médias sociaux, elles et ils pourraient partager des portions de leur journal de mathématiques numérique avec les élèves du groupe-classe ou d'ailleurs afin d'obtenir une rétroaction ou des commentaires, ou même d'engager des discussions au sujet de son contenu.

2
CRÉER UN ENVIRONNEMENT PROPICE À L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

Un environnement d'apprentissage propice aux mathématiques est un milieu qui permet aux élèves de grandir sur les plans affectif, social et cognitif. Créer un tel milieu d'apprentissage, c'est mettre en place les composantes d'ordre affectif et physique aidant les élèves à progresser sur le plan mathématique. L'enseignante ou l'enseignant tient compte des besoins affectifs de ses élèves en instaurant une ambiance intellectuelle qui les respecte et les motive à collaborer et à s'investir dans des discussions engageantes. L'organisation physique de la salle de classe joue aussi un rôle déterminant dans la création d'une ambiance favorable à l'apprentissage des mathématiques.

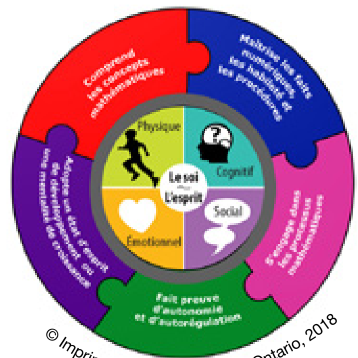
Selon le document Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c) :

> [u]n environnement d'apprentissage propice aux mathématiques comporte…
>
> - une attention aux besoins socioaffectifs de tous les élèves, de la maternelle à la 12e année, en veillant à :
>   - respecter leurs besoins développementaux;
>   - encourager la prise de risque dans l'apprentissage des mathématiques;
>   - favoriser les attitudes et les croyances positives à propos des mathématiques;
>   - élaborer en collaboration des normes [d'interactions] pour la classe;
> - l'optimisation de l'organisation physique de la salle de classe en veillant à :
>   - organiser un espace pour les travaux en collaboration;
>   - assurer un accès à une variété d'outils, de modèles, de matériel de manipulation, de ressources liées à l'apprentissage des mathématiques et de technologies;
>   - présenter le raisonnement des élèves, qui reflète les concepts et habiletés qui sont enseignés en ce moment. (p. 8)

A. UN ENVIRONNEMENT PROPICE À L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES COMPORTE UNE ATTENTION AUX BESOINS SOCIOAFFECTIFS DES ÉLÈVES

Respecter les besoins développementaux des élèves

Il est très important de comprendre ce que vivent les élèves pour les aider dans leur apprentissage des mathématiques. Les adolescentes et adolescents sont en pleine croissance et connaissent des changements rapides sur le plan du développement cognitif, du développement émotionnel, du développement physique et du développement social.



© Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, 2018

Les tableaux ci-dessous présentent les grandes lignes de chacun de ces développements.

Le développement cognitif

Le développement cognitif porte sur les évolutions sur le plan cérébral, les capacités de traitement de l'information et de raisonnement, les croyances sur le savoir et le soutien du développement cognitif.

(Inspiré de Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse de l'Ontario, 2012, p. 19 à 21, p. 34 à 36.)

CE QUI SE PASSE	CONSIDÉRATIONS PÉDAGOGIQUES
Le cerveau fonctionne de manière plus efficace, car la capacité d'abstraction augmente.	▶ Fournir aux élèves du matériel de manipulation pour rendre concrète la pensée abstraite. ▶ Favoriser les activités qui aident les élèves à organiser les idées abstraites et à tirer des conclusions.
La capacité de raisonner logiquement s'accroît.	▶ Inviter les élèves à réfléchir en leur posant des questions : « Pensez-vous que ce serait la même chose si…? »; « Est-ce similaire ou différent de…? » ▶ Lancer aux élèves des défis qui requièrent de comparer leur point de vue avec celui d'une ou d'un autre élève. ▶ Vérifier le niveau de compréhension des élèves en leur demandant de décrire la progression de leur pensée.
La mémoire de travail s'améliore.	▶ Proposer aux élèves des tâches plus complexes axées sur le traitement et la manipulation de plusieurs informations; par exemple, des opérations apparentées.

Le développement émotionnel

Le développement émotionnel porte sur le ressenti et la régulation des émotions, l'empathie, la motivation et le soutien du développement émotionnel.

(Inspiré de Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse de l'Ontario, 2012, p. 22 à 25, p. 37 et 38.)

CE QUI SE PASSE	CONSIDÉRATIONS PÉDAGOGIQUES
Les centres émotionnels du cerveau se développent plus tôt que d'autres régions cérébrales. L'adolescente ou l'adolescent ressent les émotions plus intensément; une de ces émotions est l'anxiété.	▶ Animer des discussions portant sur des situations que les élèves peuvent percevoir comme des échecs incontournables ou dans lesquelles elles et ils ressentent du découragement. ▶ Réduire la longueur des évaluations ou allouer aux élèves plus de temps, au besoin. ▶ Apporter aux élèves un soutien constructif pour les tâches qu'elles et ils perçoivent comme étant difficiles.

Le développement physique

Le développement physique porte sur l'activité physique, les changements corporels et le soutien du développement physique.

(Inspiré de Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse de l'Ontario, 2012, p. 29 à 31, 39 à 42.)

CE QUI SE PASSE	CONSIDÉRATIONS PÉDAGOGIQUES
Les changements hormonaux entraînent des modifications dans les cycles de veille et de sommeil, ce qui contribue aux sautes d'humeur, à l'irritabilité et aux troubles associés au traitement cognitif et à la régulation des émotions.	Animer des discussions portant sur les bienfaits d'adopter de saines habitudes de vie (p. ex., sommeil, activité physique, alimentation saine), puisqu'elles influent sur la prédisposition des élèves à apprendre.

Le développement social

Le développement social porte sur l'identité, les relations et l'aptitude morale.

(Inspiré de Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse de l'Ontario, 2012, p. 25 à 29, p. 43 à 45.)

CE QUI SE PASSE	CONSIDÉRATIONS PÉDAGOGIQUES
L'avis des autres élèves devient plus important. L'estime de soi décline et devient moins stable. Pour certaines et certains élèves, l'affirmation de soi est plus difficile.	▶ Promouvoir ou créer des environnements sécuritaires dans lesquels les jeunes se sentent à l'aise d'essayer de nouvelles stratégies ou expériences (p. ex., sans avoir peur que les autres se moquent d'elles et d'eux en cas d'échec). ▶ Viser la collaboration plutôt que la compétition. Explorer les idées et les démarches des élèves au moment de la résolution de problèmes au lieu de discuter uniquement de la solution, cela contribue à promouvoir chez elles et eux un esprit moins compétitif.

Le développement social porte sur l'identité, les relations et l'aptitude morale. (Inspiré de Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse de l'Ontario, 2012, p. 25 à 29, p. 43 à 45.)	
	▶ Montrer aux élèves que vous avez confiance en leurs capacités. ▶ Demander aux élèves de clarifier leur raisonnement, que la solution soit correcte ou erronée, pour éviter qu'elles et ils le mettent en doute lorsqu'on leur pose des questions. ▶ Expliquer et donner des exemples de comportements favorisant le travail d'équipe, le « partage » du leadership et les communications efficaces en mathématiques.

(Inspiré des ouvrages suivants : Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2009; Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2007a; Ministère des Services à l'enfance et à la jeunesse, 2012.)

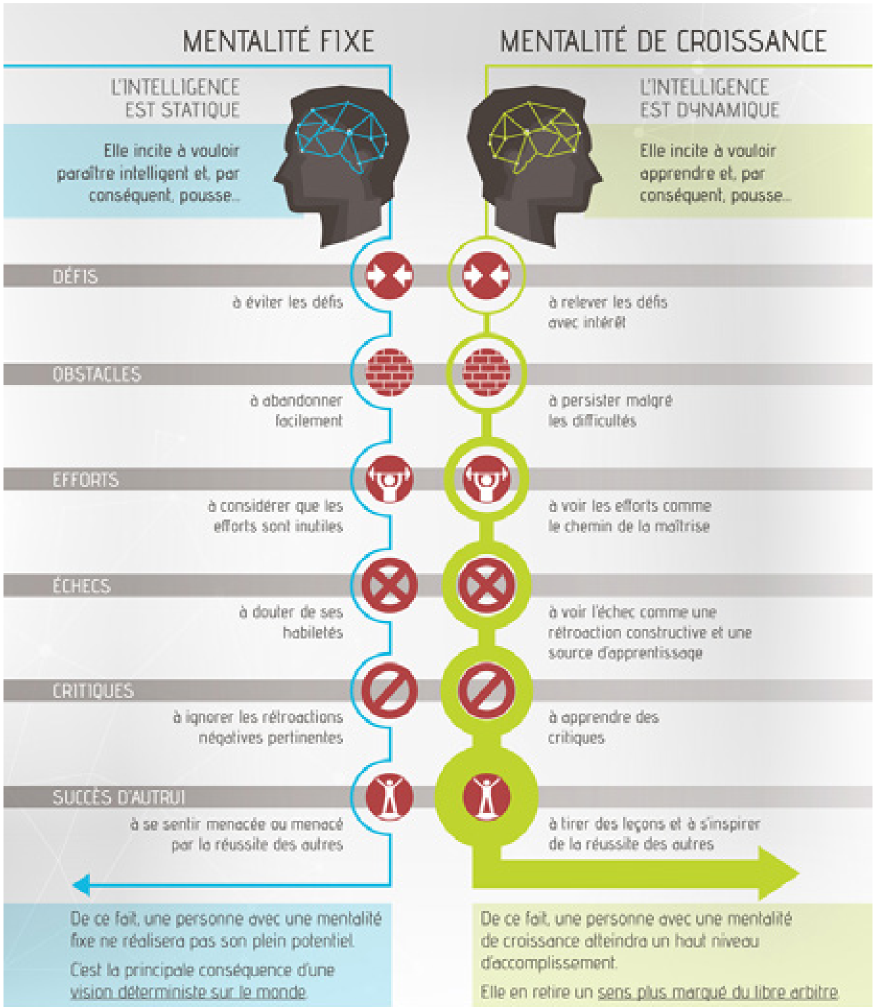
Favoriser les attitudes et les croyances positives à propos des mathématiques

Selon le ministère de l'Éducation de l'Ontario (2006a) :

> Promouvoir une attitude positive à l'égard des mathématiques devrait être l'objectif ultime de toute stratégie d'enseignement efficace des mathématiques. Pour ce faire, il est primordial que l'enseignant ou l'enseignante adopte aussi une attitude positive à l'égard de cette matière. Pour y arriver, il ou elle peut, entre autres, privilégier « […] des occasions d'examiner ses pratiques d'enseignement, de discuter de l'apprentissage des élèves et de partager ses réflexions avec ses collègues. » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2003d, p. 60). Il est parfois difficile de susciter et de maintenir une attitude positive à l'égard des mathématiques chez les élèves. Plusieurs ont une vision très étroite des mathématiques qu'ils considèrent comme fondées sur la mémoire et la rapidité plutôt que sur la compréhension de concepts. L'attitude positive de certains autres envers les mathématiques s'estompe au fil des années passées au sein du système scolaire. L'ardeur, l'intérêt et la curiosité qu'on a pu observer pendant leurs premières années d'apprentissage des mathématiques diminuent lorsqu'on pousse les élèves à manier des concepts abstraits sans qu'ils aient acquis une base conceptuelle solide. Cette modification d'attitude peut se produire en l'espace de quelques mois seulement. « Leur conception des mathématiques passe progressivement de l'enthousiasme à l'appréhension, de la confiance à la crainte. » (National Research Council, 1989, p. 44, traduction libre). (p. 30)

Les mentalités et l'apprentissage

Carole S. Dweck s'intéresse depuis plusieurs années aux réactions qu'ont les individus lorsqu'ils ont des défis à relever. Ses recherches publiées dans le livre *Changer d'état d'esprit : Une nouvelle psychologie de la réussite* (2010) ont démontré l'existence de deux types de mentalités ou d'états d'esprit : mentalité fixe (*fixed mindset*) et mentalité de croissance (*growth mindset*[1]). La mentalité fixe, c'est la croyance que les capacités intellectuelles ne peuvent que très peu évoluer, puisqu'elles sont innées et relèvent de la génétique, tandis que la mentalité de croissance, c'est la croyance que les capacités intellectuelles peuvent être améliorées et croître si l'effort est fourni et qu'une bonne stratégie est utilisée.



Nigel Holmes et Carol S. Dweck, traduction libre de Nathalie Sirois, CEPEO

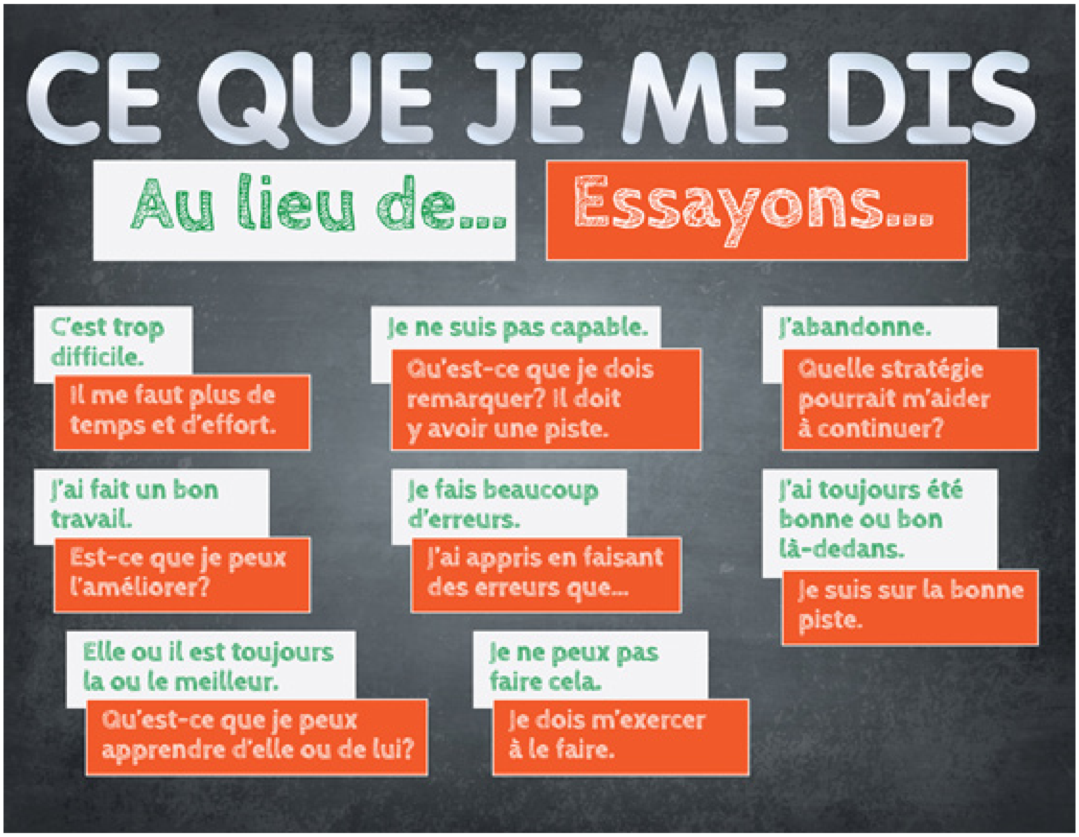
[1] Dans son document de réflexion Compétences du 21e siècle (2015, p. 14), le ministère de l'Éducation de l'Ontario propose l'expression *mentalité de croissance* pour représenter la notion de *growth mindset* issue des recherches de Carol S. Dweck, plutôt qu'*état d'esprit de développement*, expression utilisée dans la traduction française de l'ouvrage de Dweck.

Inspirée par le travail de Carol S. Dweck, Jo Boaler s'est aussi penchée sur les types de mentalités et la réussite en mathématiques. Elle a déterminé que les élèves ayant une mentalité de croissance réussissent mieux.

Dans une vidéo, Boaler (2014, traduction libre) identifie les comportements ci-dessous qu'adoptent les élèves ayant une mentalité de croissance.

- Elles et ils s'attardent plus longuement sur des problèmes et ne pensent pas que travailler longtemps est un manque d'intelligence.
- Elles et ils n'associent pas leurs erreurs à une incapacité à comprendre les mathématiques, mais à une composante de l'apprentissage.
- Elles et ils sont plus persévérants au moment de résoudre un problème difficile.

Voici un exemple d'affiche servant à guider les élèves dans leur réflexion sur leur mentalité :



Cultiver une mentalité de croissance demande de valoriser différents aspects de l'apprentissage tels que l'effort, l'utilisation de nouvelles stratégies pour réussir des défis, la mise en pratique de suggestions d'autres personnes et la réflexion sur les prochaines étapes. Il faut éviter de valoriser les efforts qui n'auront pas d'effet sur les apprentissages.

Élaborer en collaboration des normes d'interaction pour la salle de classe

L'interaction entre les élèves, qu'il s'agisse de discussions en salle de classe ou d'autres activités axées sur la participation, est primordiale, car elle favorise l'acquisition de connaissances et la réussite scolaire.

La discussion en salle de classe de mathématiques présente de nombreux défis. Cela exige notamment une solide aptitude à négocier et une attention soutenue au maintien de la dynamique du groupe-classe. Il est donc logique que des normes d'interaction soient élaborées en salle de classe pour créer un milieu propice à l'apprentissage des mathématiques pour tous les élèves. Il est préférable d'établir ces normes d'interaction en collaboration avec les élèves, car, selon Anne Davies, dans son ouvrage *L'évaluation en cours d'apprentissage* (2007, p. 1 à 11), comprendre les critères d'un objectif permet de mieux réfléchir aux efforts personnels à déployer pour les atteindre. Par conséquent, en prenant part à l'élaboration de normes d'interaction, les élèves seront plus en mesure de les comprendre et de les mettre en pratique.

Coconstruire des normes d'interaction

À l'aide de différentes activités, l'enseignante ou l'enseignant et les élèves peuvent établir ensemble des normes d'interaction signifiantes (voir l'exemple ci-dessous). Celles-ci devraient permettre aux élèves de développer des habiletés contribuant aux échanges en groupe-classe, de respecter les idées des autres, de tirer profit des stratégies proposées et de persévérer au moment de la résolution de problèmes.

L'enseignante ou l'enseignant peut proposer aux élèves des normes d'interaction, mais celles-ci n'auront pas nécessairement les effets souhaités. Lorsque la description des comportements visés provient des élèves – à la suite d'une activité d'analyse et de la rétroaction qu'en donne l'enseignante ou l'enseignant – elle a plus de sens pour elles et eux. Ainsi, les normes d'interaction affichées deviennent plus signifiantes au moment où l'enseignante ou l'enseignant s'y réfère en vue de donner de la rétroaction.

Exemple d'activité de coconstruction de normes d'interaction :

La démarche proposée dans Pratiques pédagogiques gagnantes – Fascicule 2 : Critères d'évaluation (Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2011), relative à la construction de critères d'évaluation en collaboration avec les élèves, s'applique à la création de normes d'interaction. L'enseignante ou l'enseignant, par exemple, analyse une situation vécue en salle de classe et en dégage une norme d'interaction qui y est appropriée. Il peut s'agir d'un exemple ou d'un contre-exemple d'une attitude ou d'un comportement souhaité. Toutefois, il est préférable que ce soit les élèves qui évaluent leur contribution au bon climat de la salle de classe. Bien entendu, cette approche prendra du temps, mais, en s'inspirant au fur et à mesure de situations vécues en salle de classe, les normes d'interaction seront plus authentiques.

Encourager la prise de risque dans l'apprentissage des mathématiques

En créant un milieu propice à l'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant sera porté à présenter aux élèves des situations les invitant à prendre des risques et à développer une confiance en elles-mêmes et en eux-mêmes qui influera sur leur capacité à réussir en mathématiques.

L'apprentissage par la résolution de problèmes présente un défi pour l'enseignante ou l'enseignant, soit celui d'aider les élèves à dépasser leur curiosité initiale et à persévérer dans l'exploration de problèmes plus complexes en vue de leur donner l'occasion de prendre des risques.

Voici quatre stratégies favorisant la prise de risque :

- transformer les problèmes pour les rendre plus ouverts;
- inciter les élèves à analyser une photo ou une illustration et à se poser des questions;
- inviter les élèves à justifier leur raisonnement;
- modéliser une situation.

La prise de risque EN ACTION

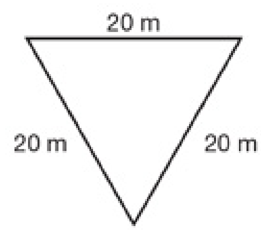
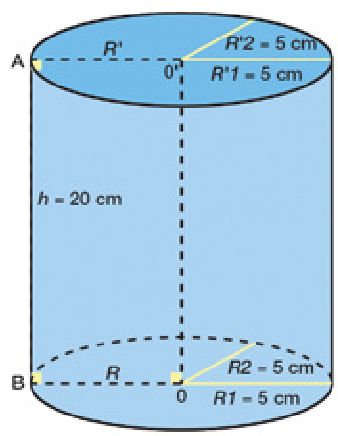
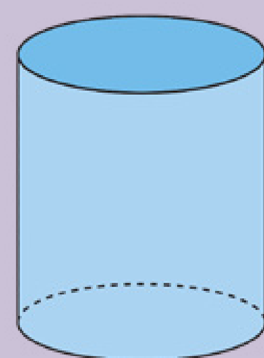
Transformer les problèmes pour les rendre plus ouverts

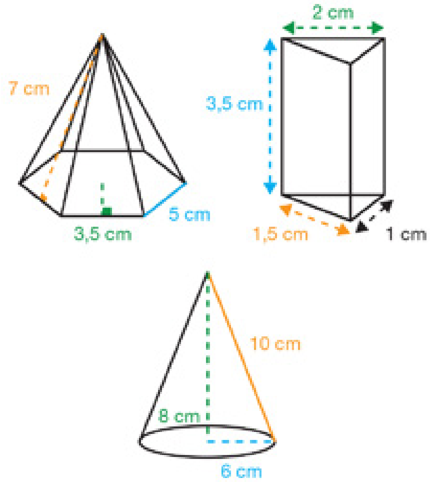
Marian Small soutient qu'il est plus important de choisir des problèmes en pensant à ce à quoi l'apprentissage des mathématiques doit ressembler par opposition à choisir des problèmes qui visent une performance mathématique spécifique. Elle suggère de proposer aux élèves des problèmes ouverts, car cela permet à chacune et à chacun d'aborder le problème en partant de ses connaissances antérieures. Elle préconise six types de problèmes ouverts, comportant plusieurs « points d'entrée », afin d'encourager les élèves à être plus créatives et créatifs et à prendre des risques. Voici les caractéristiques de ces types de problèmes :

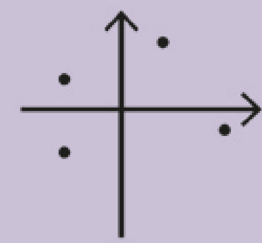
« Il est important de reconnaître qu'un programme de mathématiques équilibré comporte plusieurs problèmes ouverts, mais **pas seulement** des problèmes ouverts! » (Small, 2016, p. 5, traduction libre).

1. La solution est donnée dans l'énoncé du problème.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est verte.)
2. Le problème demande une analyse des ressemblances et des différences.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est bleue.)
3. Aucune valeur n'est donnée dans le problème.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est violette.)
4. L'élève doit créer le problème en tenant compte de certaines contraintes.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est rose.)
5. Des mots vagues sont utilisés dans l'énoncé.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est turquoise.)
6. L'élève peut effectuer un choix.
   (Voir les cellules dont la trame de fond est orangée.)

<table>
<tr><th colspan="3">ALGÈBRE – ÉQUATIONS</th></tr>
<tr><th>ANNÉES D'ÉTUDES OU COURS</th><th colspan="2">TRANSFORMATIONS</th></tr>
<tr><td rowspan="1">7^E ET 8^E ANNÉE</td><td>Résous les équations suivantes.
a) $3n + n + 4 = 100$
b) $\frac{6}{x} = -2$
c) $2x + 1 = -9$
d) $5x + 8 = 38$
e) $x + 5 = 2x$</td><td>Choisis l'équation qui est la plus simple à résoudre et celle qui, selon toi, est la plus difficile. Explique tes choix.
a) $3n + n + 4 = 100$
b) $\frac{6}{x} = -2$
c) $2x + 1 = -9$
d) $5x + 8 = 38$
e) $x + 5 = 2x$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">9^E ANNÉE</td><td rowspan="2">Résous les équations suivantes.
$3x - 2 = 18 - x$
$\frac{3}{2}x - 8 = 2,3 + 2x$</td><td>Explique en quoi résoudre l'équation $3x - 2 = 18 - x$ est différent ou semblable à la résolution de l'équation $\frac{3}{2}x - 8 = 2,3 + 2x$.</td></tr>
<tr><td>On a obtenu la racine d'une équation en faisant une soustraction, puis une division. Quelle pourrait être cette équation?
Comment celle-ci serait différente si l'on avait fait d'abord la division, puis la soustraction?</td></tr>
</table>

MESURE		
ANNÉES D'ÉTUDES OU COURS	**TRANSFORMATIONS**	
7E ANNÉE	Détermine le volume d'une boîte de céréales dont les dimensions sont de 23 cm, de 6 cm et de 35 cm.	Une boîte très haute a un volume de 8 cm³. Quelles pourraient être ses dimensions?
8E ANNÉE	Détermine l'aire du triangle suivant.  	Trace différentes figures pour lesquelles il faudrait utiliser le théorème de Pythagore afin de déterminer leur aire.
	Détermine le volume de la boîte de conserve suivante.  	Le volume d'un prisme est de 300 cm³. Quelles sont ses dimensions?
		Choisis des mesures qui respecteraient les proportions du cylindre ci-dessous. Puis, détermine le volume du cylindre. 
9E ANNÉE MFM1P MPM1D	Explique la différence entre déterminer le volume d'un cône et celui d'un cylindre ayant la même base et la même hauteur.	En quoi déterminer le volume d'un cône est semblable à déterminer le volume d'une pyramide? Comment est-ce différent?

MESURE		
9^{E} ANNÉE MPM1D	Détermine le volume de la pyramide, celui du prisme droit et celui du cône. 	Les volumes d'une pyramide, d'un prisme droit et d'un cône sont identiques. Choisis un volume et détermine les dimensions de chaque solide. Trace le schéma qui représente ces solides.
7^{E} ANNÉE	David reçoit 4 $ chaque fois qu'il arrose le potager. S'il a déjà en sa possession 5 $, quelle équation algébrique servirait à déterminer la somme d'argent qu'il aura amassée à la fin de l'été, s'il arrose fréquemment le potager tout l'été?	À quoi pourrait ressembler une suite à motif croissant que décrit l'équation $c = 4 + n$? Comment cette suite serait-elle différente si l'équation devenait $c = 4n + 5$?
8^{E} ANNÉE	Un forfait de téléphone cellulaire offre les appels à 5 ¢ la minute. Un autre forfait offre les appels à 4 ¢ la minute plus un supplément de 20 $ par mois. Construis une table de valeurs comprenant différents nombres de minutes pour comparer ces deux forfaits. Que remarques-tu?	En comparant un forfait de téléphone cellulaire avec un autre, on constate qu'il représente un meilleur choix si l'on fait au moins 120 minutes d'appels chaque mois. Quels pourraient être ces deux forfaits?
9^{E} ANNÉE MFM1P MPM1D	L'activité de ski nautique comprend un coût fixe de 25 $ pour l'assurance plus un taux de 20 $ par heure. Si une personne a une somme de 125 $, pendant combien d'heures peut-elle faire du ski nautique?	Crée un problème dans lequel on trouve les mots *taux*, *fixe*, *coût* et *par*.

MESURE		
9^E ANNÉE MPM1D	Trace la droite qui passe par le point (1, 7) et dont la pente est −2.	 Une droite passe par deux des points dans le plan cartésien ci-dessus. Quelle pourrait être l'équation de cette droite?
9^E ANNÉE MPM1D	Détermine l'équation de la droite qui passe par les points (1, 7) et (5, −1)	Une droite est **beaucoup moins à pic** et **un peu plus basse** que $y = -x + 7$. Quelle pourrait être son équation?
		Trace la représentation graphique de $ax + 2y - b = 0$.
		Trace la représentation graphique de $ax + 2y - b = 0$.

Inciter les élèves à analyser une photo ou une illustration et à se poser des questions

L'exploration de photos ou d'illustrations permet notamment aux élèves de comparer leur démarche avec celle d'autres élèves.

À partir d'une intention pédagogique claire, l'enseignante ou l'enseignant demande aux élèves d'échanger en grand groupe leurs remarques et leurs questions à la suite de l'observation d'une photo ou d'une illustration. Le groupe-classe qu'encadre l'enseignante ou l'enseignant détermine une question intéressante qui pourrait être explorée pendant le cours de mathématiques, comme le montre l'exemple à la page suivante.

	CE QUE JE REMARQUE	CE QUE JE ME DEMANDE
 Photo : Hélène Matte.	▶ C'est l'automne. ▶ Je pense qu'ils sont en train de vider la piscine. ▶ C'est une piscine chez une personne, et non une piscine publique. ▶ La piscine n'est pas clôturée. ▶ La piscine est de forme ovale.	▶ Quelle est la taille de la piscine? ▶ Quelle est la profondeur de la piscine? ▶ Combien de temps cela prendra-t-il pour la vider? ▶ Combien de temps cela prendra-t-il pour la remplir? ▶ Doit-on vider totalement une piscine à la fin de la saison estivale? ▶ Combien de litres d'eau peut-il y avoir dans une piscine?

L'exploration proposée ci-dessus permet aux enseignantes et aux enseignants d'engager les élèves dans le processus de raisonnement, mais aussi dans celui de sélection d'outils appropriés et de stratégies de calcul. De telles explorations exigent de la part des élèves de prendre des risques en formulant des hypothèses ou en faisant des prédictions fondées sur des informations ou des interprétations et de tenir compte de la question avant de choisir une stratégie de calcul.

Adapté de EduGAINS.

Adapté de EduGAINS.

L'analyse de photos sans énoncés ou sans dimensions données requiert de trouver diverses sources d'information et de s'en servir ou de faire une estimation raisonnable des données à prendre en compte. Le fait d'explorer des photos ou des illustrations incite les élèves à comparer leur démarche avec celle d'autres élèves et à constater qu'il est possible de résoudre un même problème en utilisant des données différentes. Elles et ils ne discutent pas uniquement de la solution, mais des stratégies utilisées.

Inviter les élèves à justifier leur raisonnement

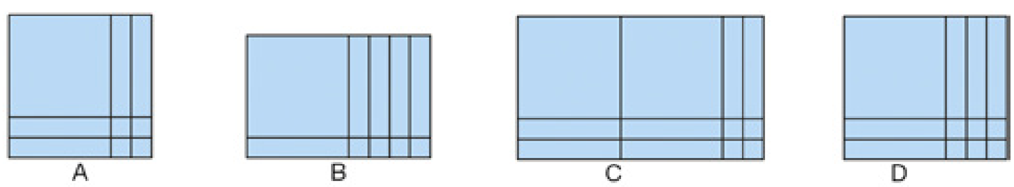
Adapté de EduGAINS.

Lorsque les élèves justifient leur raisonnement, c'est une occasion pour elles et eux de prendre du recul et d'examiner leur démarche de façon logique. Habituellement, l'enseignante ou l'enseignant les invite à justifier leur raisonnement au moment d'un échange mathématique.

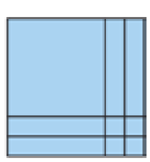
Mary Bourassa (2013) propose une activité ayant comme objectif la justification d'un raisonnement. Celle-ci est construite en partant d'une fiche comprenant quatre objets (p. ex., des photos, des représentations graphiques, des nombres). La fiche est conçue de manière que les élèves déterminent l'intrus en se prononçant sur l'objet qui devrait être exclu de l'ensemble. L'astuce derrière cet exercice est que chacun des objets peut être exclu. À la suite de l'analyse des quatre objets, les élèves choisissent l'élément à exclure et justifient leur choix en exprimant la logique qui a guidé ce choix. La prise de risque exige que l'apprenante ou l'apprenant se prononce, mais elle est réduite par le fait que toutes les réponses peuvent être bonnes. Il s'agit d'une exploration, dont l'objectif est le développement du processus de raisonnement et du processus de réflexion.

Exemple : 10e année –Trinôme sous la forme de modèles d'aire

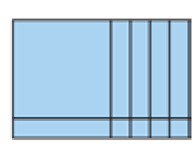
Quel est l'intrus? Justifie ta réponse.



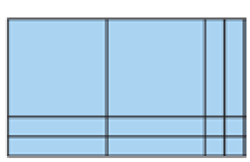
Voici des exemples de justification pour chacun des modèles.



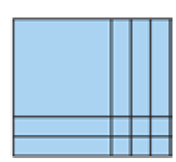
Le seul modèle qui représente un carré parfait $(x + 2)^2$.



Le seul modèle qui ne représente pas le binôme $(x + 2)$.



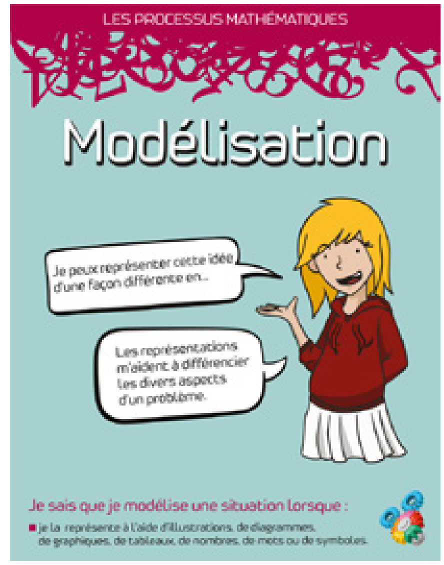
La seule représentation d'un binôme ayant un coefficient autre que 1, soit $2x + 2$.



Le seul modèle dont le produit des binômes n'a pas 4 comme dernier terme.

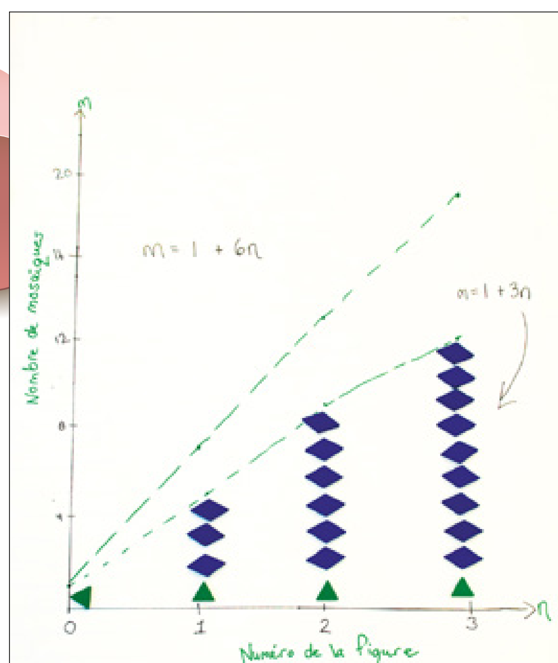
Modéliser une situation

Les expériences mathématiques ont comme principal objectif d'engager les élèves dans le processus de modélisation en leur présentant un problème et en leur demandant de prédire le résultat mathématiquement. Pour réaliser ces types d'expériences, il importe de respecter les étapes ci-dessous décrites dans le programme-cadre de mathématiques, 9e et 10e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b) :

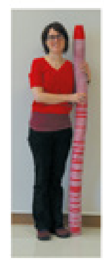


Adapté de EduGAINS.

- identifier les variables;
- formuler une hypothèse quant à l'existence d'une relation entre deux variables;
- recueillir des données;
- représenter des données par une table de valeurs et un nuage de points;
- déterminer si des données peuvent être modélisées par une fonction affine et, le cas échéant, tracer la droite la mieux ajustée et déterminer son équation;
- formuler des conclusions et les justifier d'après les données recueillies. (p. 40 et 41)

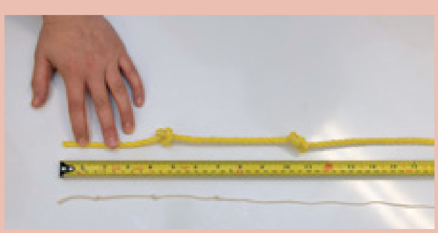


L'encadré ci-dessous présente les étapes d'une expérience mathématique réalisée dans un groupe-classe et inspirée d'une activité de l'enseignant Alexander Overwijk (2014).

ÉTAPES POSSIBLES AU MOMENT D'UNE EXPÉRIENCE MATHÉMATIQUE		
IDENTIFICATION DES VARIABLES ET FORMULATION DE L'HYPOTHÈSE	**COLLECTE DE DONNÉES ET REPRÉSENTATION**	**FORMULATION DES CONCLUSIONS ET JUSTIFICATION**
Prédire le nombre de verres qu'il faudrait empiler pour atteindre la hauteur correspondant à la taille de l'enseignante. 	En collaboration, les élèves empilent quelques verres et prennent les mesures nécessaires pour écrire leur équation. Elles et ils se servent de leur équation pour faire leur prédiction.  Photo : A. Overwijk, 2014.	Les élèves empilent des verres pour vérifier l'exactitude de leur équation.  

Selon l'année d'études, les élèves pourraient empiler les verres à leur manière et créer le modèle d'une fonction affine ou d'une fonction du second degré.

L'expérience présentée ci-dessous vise à encourager la prise de risque chez les élèves, mais cela exige qu'elles et ils se posent des questions, réfléchissent, fassent des choix et les justifient.

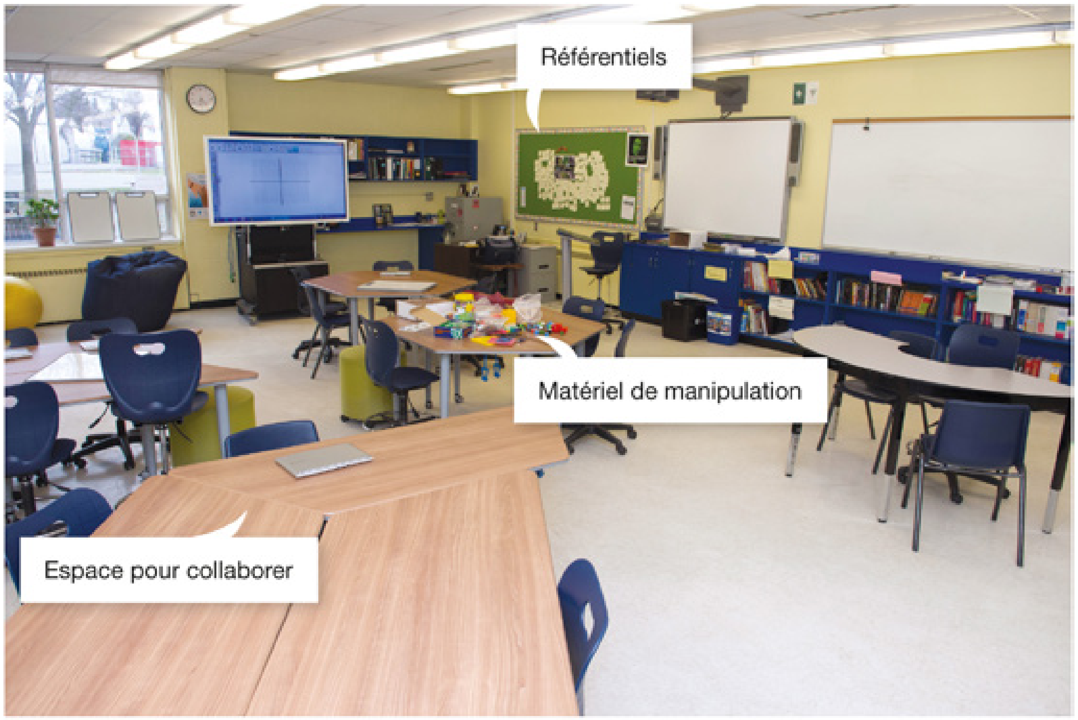
Exemple d'une expérience à effectuer dans les cours de la 7^e à la 9^e année	
 **Relation entre la longueur d'une corde et le nombre de nœuds (cm/nœud)**	**L'équation qu'ont déterminée les élèves pourrait servir à résoudre le problème suivant.** Prédire le nombre de nœuds à faire dans deux cordes de 10 m de différentes épaisseurs, de manière que les deux cordes soient de nouveau d'égale longueur. **Piste :** L'enseignante ou l'enseignant donne aux élèves des cordes beaucoup moins longues (p. ex., longueur de 1 m) pour faire la collecte de données, de sorte que l'équation devient un outil pour prédire le nombre de nœuds à faire dans chacune des cordes. La validité de l'équation est vérifiée à l'aide de cordes.

B. UN ENVIRONNEMENT PROPICE À L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES COMPORTE L'OPTIMISATION DE L'ORGANISATION PHYSIQUE DE LA SALLE DE CLASSE

L'objectif qu'a défini le ministère de l'Éducation de l'Ontario, qui est d'atteindre l'excellence pour toutes et tous les élèves, comprend le développement des aptitudes à communiquer, à collaborer et à raisonner de façon critique. L'enseignante ou l'enseignant doit réfléchir à l'organisation de l'espace de la salle de classe, à la disponibilité des diverses ressources et aux différents modes de communication axés sur le développement du raisonnement en vue d'accompagner les élèves dans l'acquisition de ces aptitudes.

Organiser un espace pour les travaux de collaboration

L'aménagement de la salle de classe devrait favoriser la communication entre les élèves, que ce soit pour poser des questions, échanger au sujet d'un problème ou résoudre un problème. En bref, la salle de classe devrait favoriser la collaboration.



L'espace physique

Dans la monographie Le troisième enseignant (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013b), il est précisé que :

> […] [l'espace] physique de l'apprentissage des mathématiques devrait comprendre :
>
> - Des espaces où les élèves peuvent se servir de matériel de manipulation pour résoudre les problèmes et noter leurs solutions.
> - Des espaces sur des tableaux ou le mur pour exposer les solutions des élèves [(notamment pour l'échange mathématique, la galerie des stratégies et le bansho)]. Les solutions des élèves devraient être visibles depuis l'espace de réunion en groupe.
> - Un espace pour afficher les référentiels créés ensemble, tels que les termes de glossaire et les résumés précédents et actuels de l'apprentissage qui appuient spécifiquement le développement des grandes idées en cours d'étude.
> - Du matériel didactique organisé de façon à ce que tous les élèves puissent y accéder facilement; ces ressources peuvent comprendre du matériel de manipulation mathématique, des calculatrices et d'autres outils mathématiques, des textes mathématiques et de la technologie portable. (p. 2)

Au cours d'une étude menée durant plusieurs années, Peter Liljedhal (2015) a analysé l'espace de travail des élèves. Le but était de déterminer si l'espace de travail avait une incidence sur le raisonnement des apprenantes et des apprenants. En d'autres mots, le chercheur voulait savoir s'il était possible de créer des classes qui « raisonnent » en « variant » l'espace de travail qu'il définit comme un endroit où l'on entend des discussions, où l'on a des preuves que les élèves révisent leur approche et où l'on voit la communication des connaissances dans cette communauté d'apprenantes et d'apprenants.

Les données de sa recherche ont confirmé qu'en travaillant en équipes les élèves sont plus motivées et motivés à commencer les tâches, discutent davantage, prennent part au travail et persévèrent.

L'espace social

« […] [L]a clé de l'apprentissage n'est pas seulement l'**espace physique** offert aux élèves, mais aussi l'**espace social** » (Fraser, 2012; Helm et collab., 2007; OWP/P Architects et collab., 2010, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013b, p. 1). Il est important que l'enseignante ou l'enseignant soit conscient de l'espace social dans sa salle de classe.

La connaissance s'acquiert en examinant diverses idées et en discutant de celles-ci avec les autres. Dans *Comprendre le cerveau : naissance d'une science de l'apprentissage* (Organisation de coopération et de développement économiques, 2007), il est précisé que :

> [l]es interactions sociales agissent tel un catalyseur des apprentissages. Sans interaction, un individu ne peut ni apprendre ni même se développer correctement. Face à un contexte social, ses apprentissages seront d'autant plus performants que ce contexte sera riche et varié. (p. 35)

Le travail en équipe favorise les échanges enrichissants ainsi que la communication et le raisonnement des élèves.

Il est important que l'enseignante ou l'enseignant réfléchisse à l'organisation physique de la salle de classe et la planifie, mais également qu'elle ou il s'attarde à la construction d'équipes de travail. Celles-ci peuvent être constituées de manière stratégique ou aléatoire.

Assurer un accès à une variété de ressources liées à l'apprentissage des mathématiques

> Quand les mathématiques sont perçues comme la mathématisation du monde qui nous entoure – l'activité humaine qui organise et décrit la réalité de façon mathématique – plutôt qu'un système de contenus à apprendre et à transmettre, les modèles mathématiques deviennent très importants. C'est impossible de parler de mathématisation sans parler simultanément de modèles. (Fosnot et Dolk, 2001, p. 77, traduction libre, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008b, p. 21)

Dans un environnement propice à l'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant facilite l'accès aux élèves à une variété de ressources. Du matériel de manipulation aux applications technologiques, chaque outil influence la compréhension conceptuelle des élèves.

Que signifie « comprendre un concept »? Selon John A. Van de Walle et LouAnn Lovin (2008, p. 6), « [l]a *connaissance conceptuelle des mathématiques* consiste en **relations logiques** construites de manière interne et présentes dans l'esprit en tant qu'éléments d'un réseau d'idées. » Cette explication permet de définir l'expression *modèle d'un concept mathématique* : le modèle d'un concept mathématique correspond à tout objet, toute image ou tout dessin qui évoque la relation qui lui est associée.

EXEMPLE – COMPRÉHENSION DU SENS DE LA FRACTION COMME PARTIE D'UN TOUT

Il est possible de déterminer que le concept de la fraction $\frac{1}{4}$ (un quart) n'est compris qu'à partir du moment où l'élève peut exprimer clairement la relation entre le tout et la partie. Une ou un élève qui exprime sa compréhension du concept de la fraction $\frac{1}{4}$, comme dans la photo ci-dessous, fait preuve d'une compréhension conceptuelle.

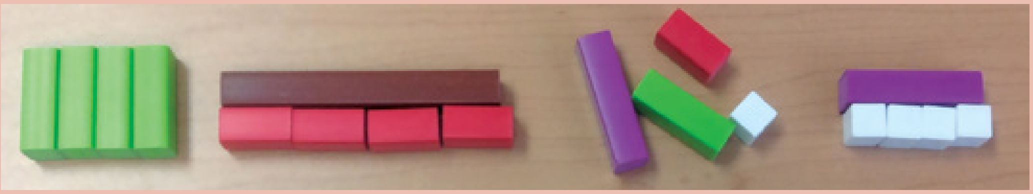


Photo : Hélène Matte.

J'ai représenté un quart à l'aide d'une réglette verte, car les quatre réglettes représentent le tout.	Une réglette rouge représente un quart, car la réglette brune est le tout.	Chaque réglette représente un quart de l'ensemble. Le tout est le nombre d'objets dans le groupe.	Je peux représenter le tout par une réglette d'une couleur et les quarts par des réglettes d'une autre couleur.

Les outils et les modèles

> Les modèles mathématiques permettent de représenter des situations afin de pouvoir étudier les relations entre les nombres et les quantités. Au fil du temps, les mathématiciens et les mathématiciennes ont créé, utilisé et généralisé certaines idées, stratégies et représentations pour faciliter l'appropriation de concepts. À l'usage, certaines représentations sont devenues des modèles reconnus (p. ex., la droite numérique et la disposition rectangulaire). Il est important que les élèves utilisent des modèles différents dans une variété d'activités pour pouvoir passer aisément d'une représentation à une autre (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2008b, p. 21).

Puisqu'il est difficile pour les élèves de représenter les relations logiques d'un concept et de les vérifier en n'utilisant que des mots et des symboles, les modèles et les outils mathématiques doivent leur permettre de penser, d'expérimenter, de raisonner et de s'exprimer. Or, selon Van de Walle et Lovin (2008) :

> [l]'erreur la plus courante commise par les enseignantes quant au matériel de manipulation consiste à structurer les leçons de telle sorte que les élèves suivent à la lettre les consignes sur la façon d'utiliser un modèle, généralement dans le but d'obtenir une réponse. (p. 10)

Un excès de consignes risque d'amener les élèves à croire qu'un modèle n'est qu'un outil à donner des réponses, et non un outil pour penser. L'enseignante ou l'enseignant ne peut pas se « […] limiter à fournir aux élèves un ensemble de réglettes colorées ou de jetons bicolores et [s']attendre à ce qu'[elles et] ils comprennent les concepts mathématiques susceptibles d'être représentés par ce matériel » (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 8). Selon Van de Walle et Lovin, lorsqu'on présente aux élèves un nouveau modèle ou une nouvelle utilisation d'un modèle déjà familier, il y a des **règles** simples à suivre. En voici quelques-unes :

1. « Présentez les nouveaux modèles en expliquant comment ils peuvent représenter les idées pour lesquelles ils ont été conçus » (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 9).
2. « Permettez aux élèves (dans la plupart des cas) de choisir librement, parmi les modèles disponibles, celui qu'ils veulent utiliser pour résoudre un problème » (Van de Walle et Lovin, 2008, p. 9).
3. Spécifiez explicitement les objectifs que vise l'utilisation d'un modèle particulier : les modèles peuvent permettre de présenter le sens du problème, de prédire une solution raisonnable, de déterminer une ou diverses stratégies pour en arriver à la solution, de vérifier une solution et de communiquer son raisonnement.

L'utilisation judicieuse du matériel de manipulation et de la technologie

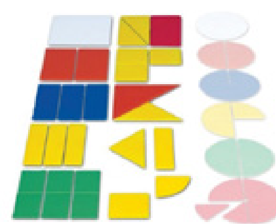
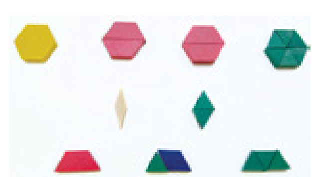
Le matériel de manipulation est utile pour représenter une situation ou résoudre un problème dans plus d'un domaine mathématique; par exemple, des mosaïques géométriques peuvent servir à représenter des fractions, des situations algébriques et des figures géométriques pour le calcul de l'aire.

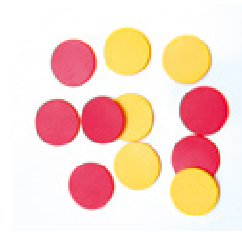
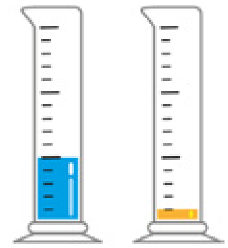
Le concept de fraction, par exemple, peut être modélisé à l'aide de divers types de matériel de manipulation. Chacun d'eux peut être associé à un modèle spécifique de représentation de la fraction, comme les modèles de longueur, de surface, d'ensemble et de volume. Pour développer le concept de fraction, les élèves pourraient explorer les fractions à l'aide de ces différents modèles.

Voici des exemples de matériel de manipulation pouvant être mis à la disposition des élèves au moment de l'exploration du concept de fraction. Selon Van de Walle et Lovin (2008) :

> [i]l est toujours approprié d'inciter les élèves à faire des dessins pour faciliter le raisonnement mathématique. Toutefois, dans le cas de dessins de fractions, le risque est grand pour l'élève de tirer des conclusions erronées en s'appuyant sur des dessins qui manquent de précision. Il est souvent difficile de représenter des parties fractionnaires d'une région, et surtout d'un disque. Il vaut donc mieux parfois exiger l'emploi d'un modèle concret (avec du matériel de manipulation) qui ne soit cependant pas un dessin. (p. 93)

Comme le suggèrent Van de Walle et Lovin, il importe d'expliquer aux élèves la façon dont elles et ils peuvent représenter les relations à explorer.

Modèle de longueur : réglettes Cuisenaire[MC] Un ensemble de réglettes Cuisenaire[MC] comprend 10 bâtonnets de couleur mesurant de 1 cm à 10 cm. Les réglettes permettent de représenter la relation entre le tout et la partie. L'enseignante ou l'enseignant explique aux élèves, par exemple, que le bâtonnet vert lime (3 cm) représente un tiers si le bâtonnet bleu (9 cm) est l'entier ou représente un demi si le bâtonnet vert foncé (6 cm) est l'entier.	 © The Cuisenaire® Company (Educational Solutions (UK) Ltd)
Modèle de surface : ▶ carrés fractionnaires et disques fractionnaires Dans le cas d'un ensemble, les fractions ne sont pas identifiées. Les élèves doivent remarquer, par exemple, que le matériel a été conçu de sorte que le carré blanc représente un entier et que les autres morceaux ne représentent une fraction que lorsqu'ils sont mis en relation avec cet entier.	 Jegro, distribué par www.oppa-montessori.net
▶ mosaïques géométriques Les mosaïques géométriques permettent de représenter la relation qui existe entre les surfaces des polygones qui font partie d'un même ensemble. L'enseignante ou l'enseignant explique aux élèves, par exemple, que le trapèze rouge représente un demi si l'hexagone est l'entier.	

Modèle d'ensemble : jetons bicolores ou cubes Un ensemble permet de représenter une collection d'objets qui ne pourraient pas être facilement représentés à l'aide d'un modèle de longueur ou de surface.	
Modèle de volume : cylindre (exemple) Dans un modèle de volume, une forme tridimensionnelle représente le tout. L'espace de la forme est divisé en parties égales.	 Pour $\frac{1}{3}$ d'eau, ajouter $\frac{1}{15}$ de concentré de jus d'orange.

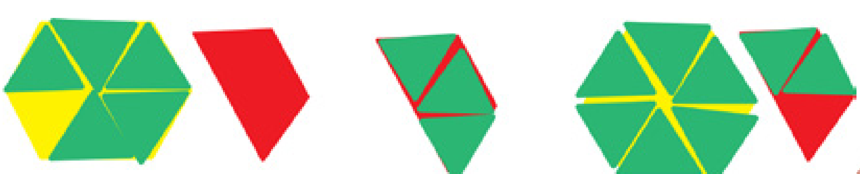
Il est important de permettre aux élèves de choisir librement le modèle qui appuie leur raisonnement. Elles et ils doivent réaliser que certains modèles ou certains types de matériel de manipulation sont plus appropriés pour représenter une situation.

> Sophie et Jérémy mangent la même sorte de tablette de chocolat. Sophie a mangé $\frac{5}{6}$ de sa tablette et Jérémy a mangé $\frac{1}{2}$ de la sienne. Quelle quantité de chocolat ont-ils mangée en tout?

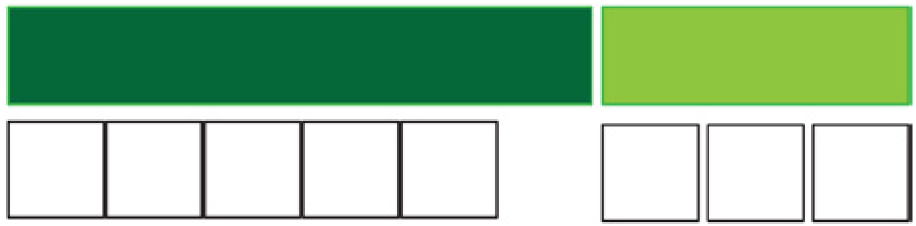
(Adapté de Van de Walle et Lovin, 2008, p. 93.)

Voici des exemples où le choix de modèles particuliers appuie le raisonnement des élèves.

> **Équipe 1 :** Nous avons choisi les mosaïques géométriques, car nous avons remarqué que ce matériel nous permettait de représenter des demis et des sixièmes. Nous avons pu faire une estimation à l'aide du matériel. Nous avons représenté $\frac{5}{6}$ en utilisant cinq triangles verts et un demi en utilisant un trapèze rouge. Cela nous a convaincus que la somme est un peu moins que $1\frac{1}{2}$. Nous voyons que la solution est $1\frac{1}{2}$ moins $\frac{1}{6}$. Si nous remplaçons le trapèze par trois triangles verts, alors la solution est $1\frac{2}{6}$.



Équipe 2 : Nous avons utilisé les réglettes, puisqu'elles permettent de représenter beaucoup de fractions. Nous avons choisi la réglette vert foncé pour représenter la tablette de chocolat entière. Les réglettes blanches représentent des sixièmes de tablette de chocolat. La réglette vert lime représente la moitié de la tablette de chocolat, étant donné qu'elle est équivalente à trois réglettes blanches. La solution est donc huit réglettes blanches, soit $\frac{8}{6}$.



Les modèles utilisés ont contribué à représenter le problème, à prédire une solution vraisemblable, à déterminer une ou diverses stratégies pour en arriver à la solution et à communiquer son raisonnement.

Les outils technologiques, tout comme le matériel de manipulation, sont aussi utiles aux élèves au moment d'analyser des phénomènes plus abstraits. Dans le magazine L'InforMATHeur (Association francophone pour l'enseignement des mathématiques en Ontario, février 2015, p. 4 et 5), Serge Demers mentionne avoir mené une étude pendant deux ans au sujet de l'intégration de la technologie dans les écoles secondaires franco-ontariennes. Ce qu'il a pu démontrer notamment, c'est que la technologie, soit l'utilisation en salle de classe de la calculatrice à affichage graphique et des sondes de mouvement, aide les élèves à mieux comprendre les rôles des paramètres au moment de l'étude des fonctions. Demers (Association francophone pour l'enseignement des mathématiques en Ontario, février 2015, p. 5) précise qu' « [e]n peu de temps, on peut tracer une courbe, en modifier les paramètres, et découvrir les concepts plutôt que les apprendre par cœur. La verbalisation de ces découvertes est ensuite très riche. »

Il existe des outils tels que des logiciels grapheurs qui facilitent le genre d'exploration que propose Demers. À l'aide de ceux-ci, il est possible, par exemple, de tracer une droite d'équation $y = mx + b$, puis de faire varier les paramètres m ou b, *ou* bien les deux, dans le cas d'une fonction affine, ou de tracer une parabole d'équation $y = a(x - h)^2 + k$, et de faire varier les paramètres a, h et k, dans le cas d'une fonction du second degré.

Présenter le raisonnement des élèves, qui reflète les concepts et les habiletés enseignés

Dans un environnement propice à l'apprentissage des mathématiques, l'enseignante ou l'enseignant présente le raisonnement des élèves à différents moments de l'apprentissage, soit à l'occasion de l'exploration de concepts ou de l'échange mathématique. L'objectif est :

- d'améliorer la collaboration entre les élèves en vue de créer une communauté d'apprenantes et d'apprenants;
- de permettre aux élèves d'organiser leurs idées et leurs stratégies pour leur bénéfice et celui des autres;
- de donner aux élèves l'occasion d'analyser et de remettre en question leurs idées ou leurs stratégies, de même que celles des autres;
- d'interpréter et d'évaluer les idées des élèves sur le plan du raisonnement mathématique.

La communication mathématique

Serge Demers (Association francophone pour l'enseignement des mathématiques en Ontario, février 2015), explique qu'« [i]l faut voir la communication non comme une finalité en salle de classe, mais plutôt comme un outil important qui permet aux élèves d'échanger à propos des mathématiques » (p. 4). Il précise qu'un pair « […] qui est du même niveau, saisit davantage ce que l'élève comprend ou débat ou questionne. Donc, c'est vraiment gagnant d'apprendre des stratégies de ses pairs parce que ces dernières sont à leur niveau » (p. 4). Il ajoute cependant :

> […] [qu']il faut travailler les règles d'interaction de groupe : « Comment avoir une discussion de groupe? » « Comment est-ce que j'écoute les arguments des autres? » « Comment est-ce que j'accepte ou réfute les arguments des autres? ». Ce sont des habiletés sociales rattachées intimement aux habiletés de communication efficace. (p. 5)

Finalement, il considère que « [c]'est le rôle des enseignants de guider, de modeler et de permettre la pratique de ces habiletés » (p. 5).

L'enseignante ou l'enseignant a comme rôle de développer chez les élèves leurs habiletés de communication mathématique. Ces habiletés ne se limitent pas uniquement à la capacité de prendre la parole; les élèves doivent aussi faire preuve d'écoute active. Pour y arriver, elle ou il pose différents styles de questions aux élèves pendant qu'elles et ils travaillent en équipes ou au moment d'un échange mathématique en groupe-classe. Ces questions ont comme objectif :

- de modeler les habiletés de communication que doivent développer les élèves pour qu'elles et ils soient en mesure de contribuer au bon déroulement d'une discussion dans leur équipe ou en groupe-classe;
- de permettre aux élèves de collaborer au savoir de leur équipe ou du groupe-classe;
- de développer chez les élèves le raisonnement et la pensée critique.

ACTIONS POUR SOUTENIR LA COMMUNICATION MATHÉMATIQUE	
INTENTION	**COMMENT?**
Répéter Promouvoir l'écoute active contribue au bon fonctionnement du groupe-classe et exige des élèves de tenir compte du raisonnement des autres.	Faire redire à une ou à un autre élève ce qu'a dit une ou un élève. **Exemples :** « Quelqu'un peut-il répéter ce que vient de dire Xavier? » « Peux-tu répéter ce que ton coéquipier propose comme stratégie? »
Reformuler Reformuler contribue au savoir du groupe-classe, car l'explication d'une ou d'un élève pourrait être plus claire pour certaines et certains que l'explication d'une ou d'un autre élève, ou que celle de l'enseignante ou de l'enseignant.	Demander aux élèves de reformuler le raisonnement d'une ou d'un autre élève. **Exemples :** « Peux-tu expliquer à ta façon ce que vient de dire Jamal? » « Quelqu'un aurait-il une autre façon d'expliquer ce que vient de dire Émilie? »
Débattre Être en mesure de soutenir son raisonnement, malgré d'autres points de vue, développe la pensée critique chez l'élève.	Demander à une ou à un élève d'analyser le raisonnement d'une ou d'un autre élève ou d'en discuter. **Exemples :** « Es-tu d'accord ou pas avec Maëlys? Pourquoi? » « Est-ce identique ou différent de ce qu'a dit Jack? » « Quel pourrait être un bon argument pour nous convaincre de ton idée? du contraire? »

ACTIONS POUR SOUTENIR LA COMMUNICATION MATHÉMATIQUE	
INTENTION	**COMMENT?**
Ajouter Inviter les élèves à ajouter des éléments aux explications permet à d'autres élèves de contribuer au savoir collectif et augmente les occasions de créer des liens avec leurs connaissances antérieures.	Appuyer les propos des autres en ajoutant une idée. **Exemples :** « Quelqu'un aimerait-il ajouter quelque chose? » « Cela vous fait-il penser à quelque chose que nous avons déjà vue? » « Y a-t-il une autre raison qui permet d'appuyer ce que vient de dire Raphaël? »
Vérifier Valoriser l'élève qui se pose des questions permet de développer sa pensée critique et sa métacognition. De plus, il est probable qu'elle ou il ne soit pas la seule ou le seul à se poser cette question.	Vérifier la compréhension de l'idée qu'exprime une ou un élève. **Exemples :** « Si je comprends bien, tu penses que… » « Je ne suis pas certain de comprendre, car… »

(Adapté de Chapin, O'Connor et Anderson, 2009, p. 13, traduction libre.)

Soutenir le raisonnement mathématique des élèves

Plusieurs stratégies ont comme but de rendre audible le raisonnement des élèves, afin que celui-ci soit entendu par certaines et certains élèves (exploration) ou par l'ensemble du groupe-classe (échange mathématique). Trois actions efficaces pour y parvenir sont d'allouer aux élèves une période d'attente, de mettre en pratique le **Pense-Parle-Partage (PPP)** et d'utiliser le **Visualiser-Verbaliser-Vérifier (VVV)**.

ACTION	COMMENT?
Attendre Avoir recours à une période d'attente montre aux élèves que penser, réfléchir et raisonner, cela nécessite du temps. En planifiant cette période de temps d'attente, l'enseignante ou l'enseignant mise sur le fait que les élèves contribuent au savoir collectif du groupe-classe. Attendre après avoir obtenu une réponse permet aussi aux élèves de clarifier leur pensée. (Adapté de Chapin, O'Connor et Anderson, 2009, p. 13, traduction libre.)	Compter au moins trois secondes (dans sa tête) après avoir posé une question ou après avoir obtenu une réponse.

ACTION	COMMENT?
Pense-Parle-Partage (PPP) Le **Pense-Parle-Partage (PPP)** est un moment permettant aux élèves de raisonner et à l'enseignante ou à l'enseignant d'écouter les conversations mathématiques. (Adapté de Chapin, O'Connor et Anderson, 2009, p. 13, traduction libre.)	Poser aux élèves une question et leur donner le temps d'y penser (l'enseignante ou l'enseignant peut les inciter à écrire leurs idées). Les inviter à en parler à une ou à un partenaire. Puis, animer une discussion en groupe-classe. **Exemples :** « Peux-tu expliquer une idée importante dont tu as discuté avec ta ou ton partenaire? » « Dans quelles équipes y a-t-il eu des discussions parce que les idées émises étaient différentes? »
Visualiser-Verbaliser-Vérifier (VVV) Le **Visualiser-Verbaliser-Vérifier (VVV)** est un moment permettant aux élèves de visualiser et à l'enseignante ou à l'enseignant d'observer et d'écouter les différentes démarches et solutions.	Présenter aux élèves un problème et les inciter à réfléchir à leur compréhension de la situation ou à l'imaginer dans leur tête. Le **Visualiser-Verbaliser-Vérifier (VVV)** est un moment permettant aux élèves de se faire une image mentale de la situation ou du problème. Inviter les élèves à faire part aux autres de leur compréhension et à écouter celle des autres pour modifier leur raisonnement. Demander aux élèves de résoudre le problème pour vérifier si leur démarche ou leur solution est vraisemblable. **Exemples :** « Peux-tu voir cette situation dans ta tête? » « Peux-tu visualiser la démarche à entreprendre? » « Dans quelles équipes y a-t-il eu des discussions parce que les idées ou les stratégies émises étaient différentes? » « En comparant vos solutions ou vos démarches, pouvez-vous déterminer si, au départ, votre visualisation était juste? »

Voici un problème à explorer, inspiré de Kyle Pearce (2014), à l'aide du **Pense-Parle-Partage (PPP)** ou du **Visualiser-Verbaliser-Vérifier (VVV)**.

TAPINTOTEENMINDS, Stacking Paper, https://tapintoteenminds.com/3act-math/stacking-paper/

L'échange mathématique

À la suite de l'exploration de concepts mathématiques, il y a diverses façons d'aborder la présentation du raisonnement des élèves; l'une d'elles est l'échange mathématique. La monographie La communication en classe de mathématiques (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b, p. 1 et 2) décrit l'échange mathématique comme une occasion de consolider en grand groupe l'apprentissage en étudiant les différentes stratégies des élèves. Ce n'est pas un moment où chaque solution est expliquée :

> […], car le temps ferait défaut, et chaque élève ne comprend pas nécessairement une stratégie de la même façon que ses camarades. L'échange mathématique privilégie plutôt une approche axée sur la discussion en groupe-classe de deux ou trois solutions stratégiquement choisies afin que les élèves puissent améliorer leurs apprentissages en mathématiques (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b, p. 4).

Pour déterminer l'intention de l'échange mathématique, il est essentiel que l'enseignante ou l'enseignant résolve elle-même ou lui-même le problème proposé aux élèves au moment de l'exploration, et ce, avant même de le leur présenter. Cet exercice a deux objectifs : anticiper les différentes façons dont les élèves aborderont le problème et déterminer les grandes idées, les processus mathématiques, les difficultés, les stratégies et les concepts relatifs au problème.

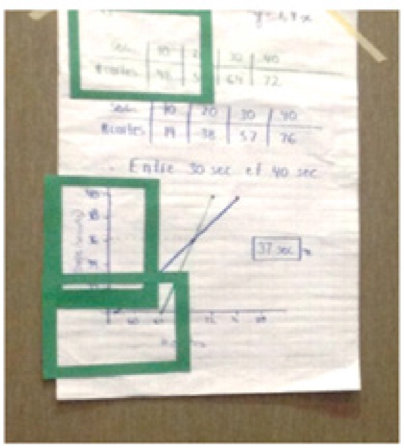
Elle ou il doit aussi déterminer la façon de gérer l'échange mathématique afin de soutenir l'objectivation et la consolidation, c'est-à-dire un moment privilégié pour présenter ou consolider certaines connaissances telles que les conventions mathématiques, les procédures et le vocabulaire mathématique associés aux éléments à l'étude.

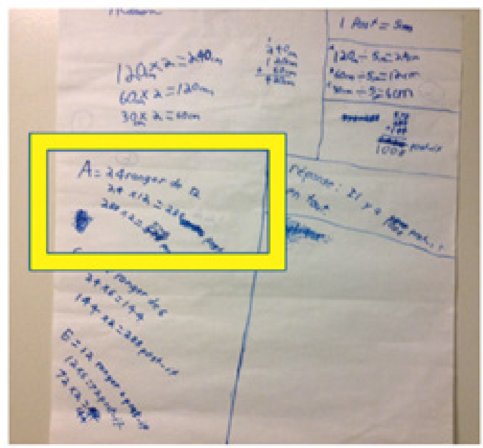
L'enseignante ou l'enseignant ne peut pas planifier entièrement l'échange mathématique, même si elle ou il a prévu efficacement les stratégies que choisiront les élèves pendant l'exploration du problème. Elle ou il doit aussi se poser les questions proposées à la page suivante pendant l'observation et l'écoute du raisonnement des élèves au moment de la résolution du problème.

- Quels sont les éléments mathématiques qui ressortent clairement dans les communications des élèves (à l'oral ou à l'écrit)?
- Quel langage mathématique faut-il utiliser pour exprimer clairement les éléments mathématiques relevés dans les présentations écrites et orales des élèves (p. ex., actions, concepts et stratégies mathématiques)?
- Quelles sont les relations mathématiques qui existent entre les différentes solutions des élèves?

Exemple d'une stratégie pour déterminer les concepts à discuter :

À la suite de ses observations, l'enseignante ou l'enseignant peut cibler plus précisément l'objet de l'échange mathématique en encadrant les éléments auxquels les élèves devraient porter une attention particulière. Cela peut se faire physiquement en utilisant un cadre pour faire ressortir certains éléments ou électroniquement en créant un encadré autour des traces de travail des élèves, photographiées au moment de l'observation. Le questionnement de la part de l'enseignante ou de l'enseignant se limitera alors aux éléments encadrés.





Photos : Hélène Matte.

L'échange mathématique EN ACTION

Un exemple d'échange mathématique portant sur le problème de la nourriture pour chat sera présenté dans les pages suivantes. L'idéal serait que la lectrice ou le lecteur fasse l'exercice de planifier l'échange mathématique afin de prévoir la manière dont les élèves s'y prendront pour résoudre le problème.

Problème de la nourriture pour chat : les chatons ont besoin d'une alimentation spécifique. Dans ta ville, deux boutiques vendent ce type de nourriture pour chat. Les boîtes vendues ont la même capacité et sont de marque identique. Dans quelle boutique auras-tu le meilleur prix? Explique ton travail.

Bob	**12 boîtes pour 15 $**
Maria	**20 boîtes pour 23 $**

(Problème conçu par Jacob et Fosnot, 2007, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b, p. 4.)

Voici les solutions d'élèves qu'a choisies l'enseignante ou l'enseignant pour l'échange mathématique.

Les élèves utilisent un schéma pour comparer un ensemble commun, soit l'achat de 60 boîtes.	Bob $\boxed{12}$ $\boxed{24}$ $\boxed{36}$ $\boxed{48}$ $\boxed{60}$ 15$ 30$ 45$ 60$ 75$ Maria $\boxed{20}$ $\boxed{40}$ $\boxed{60}$ 23$ 46$ 69$ C'est mieux chez Maria.
Les élèves se servent des divisions pour représenter leur raisonnement. Elles et ils utilisent un raisonnement proportionnel (p. ex., « Si je connais le coût de 20 boîtes, je peux déterminer le coût d'autres quantités. ») Elles et ils semblent vouloir déterminer le prix unitaire sans remarquer qu'elles et ils pourraient aussi comparer l'achat de 4 boîtes.	BOB 12 = 15 $ 4 = 5,00 $ (÷3) 1 = 1,25 $ (÷4) Une boîte chez Bob coûte 1,25 $. MARIA 20 = 23 $ 4 = 4,60 $ (÷5) 1 = 1,15 $ (÷4) Une boîte chez Maria coûte 1,15 $ Le meilleur achat est chez Maria.
Les élèves comparent le prix unitaire, c'est-à-dire le prix d'achat d'une boîte.	B = 15 $ ÷ 12 = 1,25 $/boîte M = 23 $ ÷ 20 = 1,15 $/boîte La boutique de Maria offre le meilleur achat.
Les élèves comparent les données avec un ensemble commun qu'elles et ils ont obtenu en multipliant. Il s'agit de l'achat de 60 boîtes.	B: $\frac{12}{60} = \frac{15\,\$}{75\,\$}$ (×5) M: $\frac{20}{60} = \frac{23\,\$}{69\,\$}$ (×3) Bon

(Inspiré de Jacob et Fosnot, 2007, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b, p. 4.)

À la suite de ses observations, au moment de l'exploration, l'enseignante ou l'enseignant choisit des traces de travail qui feront progresser les élèves dans leur apprentissage. Au moment de l'échange mathématique, il ne suffit pas de simplement leur demander d'expliquer leur démarche, il faut leur poser des questions stratégiques qui s'articulent autour :

- d'une grande idée;
- des attentes ou des contenus d'apprentissage du programme-cadre et du développement des compétences de la grille d'évaluation du rendement;
- des processus mathématiques tels qu'ils sont décrits dans les programmes-cadres de mathématiques de l'Ontario.

Le problème portant sur la nourriture pour chat qu'a choisie l'enseignante ou l'enseignant fait appel au raisonnement proportionnel. Celui-ci peut être décrit « […] comme la capacité à réfléchir à des relations multiplicatives entre des quantités et à comparer de telles relations, représentées symboliquement sous forme de rapports » (Van de Walle, 2008, p. 163, cité dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2012, p. 3).

Dans le cas présent, en multipliant le prix et le nombre de boîtes obtenues pour ce prix par un nombre identique, l'élève obtient une équivalence de prix lui permettant de comparer des quantités identiques (60 boîtes). En divisant le prix et le nombre de boîtes obtenues pour ce prix par un nombre identique, l'élève obtient une équivalence qui lui permet de comparer des prix unitaires (1,25 $ versus 1,15 $).

Note : Les couleurs utilisées dans la colonne des réponses possibles que donnent les élèves font référence aux couleurs des solutions des différentes équipes, montrées à la page 85.

GRANDE IDÉE : RAISONNEMENT PROPORTIONNEL

Attentes :

- Résoudre des problèmes portant sur les concepts de rapport et de taux. (7e et 8e année)
- Résoudre des problèmes par le biais de la modélisation. (9e année, MFM1P)

Contenus d'apprentissage :

- Établir des liens entre la multiplication, la division, le raisonnement proportionnel et les concepts de rapport et de taux. (7e année)
- Utiliser des rapports et des taux dans des situations réelles. (7e année)
- Déterminer le taux unitaire dans des situations réelles d'apprentissage. (8e année)
- Utiliser des rapports, des pourcentages et des proportions dans différentes situations. (9e année, MFM1P)

QUESTION QUE POSE L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT PENDANT L'ÉCHANGE MATHÉMATIQUE	RÉPONSES POSSIBLES QUE DONNENT LES ÉQUIPES	CONSOLIDATION QUE FAIT L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT (Les objectifs peuvent être divers : clarifier le vocabulaire, les stratégies et la communication, et faire des liens avec des apprentissages précédents.)
Détermine avec une ou un autre élève les opérations mathématiques qu'a utilisées chacune des équipes.	Des équipes ont multiplié, d'autres ont divisé.	
Les équipes qui **ont multiplié** peuvent-elles expliquer leur raisonnement?	Nous avons dessiné des caisses contenant des boîtes. Cela nous a aidé à voir que, si nous achetons 5 caisses à la boutique de Bob et 3 caisses à la boutique de Maria, alors nous achetons la même quantité de boîtes. C'était plus facile de choisir le meilleur achat de cette façon. Nous avons commencé par additionner, mais nous savons maintenant que nous aurions pu multiplier.	Les verts et les bleus ont utilisé un raisonnement semblable. Ces deux équipes voulaient comparer des ensembles identiques (60). C'est dans la façon qu'elles ont choisi de communiquer leur raisonnement qu'il y a la plus grande différence. Les équipes ont utilisé le raisonnement suivant : si 12 boîtes coûtent 15 $, alors il est possible de déterminer d'autres coûts; par exemple, le coût de 24 boîtes (12 × 2) est de 30 $ (15 × 2) à la boutique de Bob, et ainsi de suite.
	Nous savions déjà que 12 et 20 avaient des multiples communs, donc nous avons multiplié par 5 et par 3. Nous avons représenté notre raisonnement en nous servant de rapports équivalents. Ainsi, nous pouvons donc comparer le coût de 60 boîtes.	Ce raisonnement est très utile en mathématiques et s'appelle *raisonnement proportionnel*. Il est juste de s'en servir pour ce problème-ci, car connaître le prix de 12 boîtes, par exemple, permet de calculer le prix d'autres quantités. Pour quelle autre quantité est-il facile de déterminer le prix? Pour quelle quantité est-il plus difficile de calculer le prix?

<table>
<tr>
<th>QUESTION QUE POSE L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT PENDANT L'ÉCHANGE MATHÉMATIQUE</th>
<th>RÉPONSES POSSIBLES QUE DONNENT LES ÉQUIPES</th>
<th>CONSOLIDATION QUE FAIT L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT
(Les objectifs peuvent être divers : clarifier le vocabulaire, les stratégies et la communication, et faire des liens avec des apprentissages précédents.)</th>
</tr>
<tr>
<td>Les équipes qui ont divisé peuvent-elles expliquer leur raisonnement?</td>
<td>Pour la boutique de Bob, nous avons divisé plusieurs fois pour obtenir le prix d'une boîte. En divisant 12 boîtes et 15 $ par 3, nous avons obtenu 4 boîtes et 5 $. En divisant ensuite ces quantités par 4, nous avons obtenu le prix d'une boîte, soit 1,25 $. Nous avons fait la même chose pour la boutique de Maria.

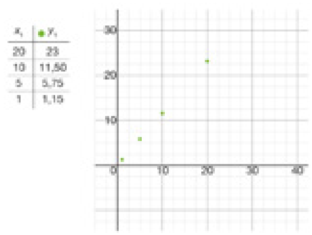
Nous savions qu'il fallait diviser 15 par 12, car nous voulions le prix d'une boîte de la boutique de Bob. Pour connaître le prix d'une boîte de la boutique de Maria, il fallait diviser 23 par 20.</td>
<td>La division permet aussi de comparer des quantités communes. La quantité ici n'est pas 60 boîtes, comme pour les bleus et les verts, mais plutôt 1 boîte; cette quantité aurait pu aussi être 4 boîtes.

Le prix d'un article se nomme prix unitaire. Les calculs des deux équipes pourraient être représentés sous forme de tableaux.

Les rouges ont divisé plusieurs fois; les noirs n'ont fait qu'une division. Comme les bleus et les verts, les équipes ont utilisé un raisonnement proportionnel, car il existe une relation multiplicative entre les quantités. Il est possible d'observer la relation multiplicative dans les solutions en inversant la direction des flèches.</td>
</tr>
<tr>
<td>De quels modèles les équipes se sont-elles servies?</td>
<td>▶ d'un schéma
▶ d'une phrase mathématique</td>
<td>Les divisions successives de l'équipe des rouges leur ont permis de trouver une quantité commune, soit le prix de 4 boîtes, en plus d'obtenir le prix unitaire. Cela pourrait être présenté sous la forme d'un tableau.

<table>
<tr><th colspan="2">Bob</th></tr>
<tr><td>12</td><td>15</td></tr>
<tr><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1,25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Maria</th></tr>
<tr><td>20</td><td>23</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4,60</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1,15</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

QUESTION QUE POSE L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT PENDANT L'ÉCHANGE MATHÉMATIQUE	RÉPONSES POSSIBLES QUE DONNENT LES ÉQUIPES	CONSOLIDATION QUE FAIT L'ENSEIGNANTE OU L'ENSEIGNANT (Les objectifs peuvent être divers : clarifier le vocabulaire, les stratégies et la communication, et faire des liens avec des apprentissages précédents.)
Quels sont les avantages et les désavantages de ces modèles?	Si une personne ne comprend pas le problème, je crois que la phrase mathématique est plus difficile à déterminer, mais c'est ce qui est le plus court à écrire. Le schéma aide à donner un sens à l'énoncé. Nous n'avions pas pensé à faire un tableau en utilisant les traces de notre travail. Nous voyons bien maintenant qu'elles représentaient essentiellement cela. (Équipe des rouges)	Examinons les données pour la boutique de Maria dans un logiciel grapheur destiné aux mathématiques. Quelles différences ou ressemblances y aurait-il dans la représentation graphique si les valeurs de la boutique de Bob y étaient ajoutées?
Y a-t-il d'autres modèles qui n'ont pas été utilisés?	Souvent, lorsque nous avons un tableau, nous pouvons faire une représentation graphique, mais nous ne pensions pas que nous aurions pu faire cela dans ce cas-ci. (Équipe des verts)	 Les deux situations passent par l'origine. Il s'agit donc de situations de proportionnalité, puisque les variations sont directes.

(Inspiré de Jacob et Fosnot, 2007, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011b, p. 4.)

L'échange mathématique est un temps crucial pour permettre à chaque élève d'objectiver sa démarche et les stratégies utilisées. Chacune ou chacun peut analyser et discerner les similitudes et les différences dans les raisonnements mathématiques des autres élèves. Cette réflexion leur permet de comparer leur propre compréhension avec celle d'autres personnes et de faire le point sur leurs propres apprentissages.

L'enseignante ou l'enseignant finalise l'échange mathématique par un temps de consolidation en s'assurant que chaque élève connaît l'objectif de la leçon. Cette consolidation permet aussi à l'enseignante ou à l'enseignant d'adapter son enseignement en fonction du niveau de compréhension des élèves.

3
VALORISER L'ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES POUR LA RÉUSSITE DE TOUS LES ÉLÈVES

Depuis septembre 2010, l'évaluation et la communication du rendement des élèves, dans les écoles de l'Ontario, sont fondées sur les politiques et les pratiques décrites dans Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a). Selon ce document, « [l]e but premier de toute évaluation et de la communication du rendement est d'améliorer l'apprentissage de l'élève » (p. 6). Pour que l'évaluation puisse améliorer la réussite des élèves, le personnel enseignant et les élèves doivent comprendre que l'intention de l'évaluation a évolué.

> Dans une culture d'apprentissage où l'évaluation est au service de l'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant et l'élève apprennent ensemble en collaborant à la clarification des résultats d'apprentissage, en élaborant les critères d'évaluation, en donnant et en recevant une rétroaction descriptive, en suivant leur progrès et en ajustant les stratégies d'apprentissage (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 38).

La réussite des élèves résulte de l'utilisation de l'évaluation dite au service de l'apprentissage, car « [d]ans le cadre de l'évaluation au service de l'apprentissage, le personnel enseignant doit fournir une rétroaction descriptive et du *coaching* à l'élève afin de favoriser son apprentissage » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 36). Dans ce chapitre, des clarifications seront apportées relativement à la manière dont les stratégies d'évaluation au service de l'apprentissage s'alignent parfaitement sur les principes décrits jusqu'à présent voulant que les élèves explorent les mathématiques dans un contexte de résolution de problèmes.

Selon le document Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 9), valoriser l'évaluation au service de l'apprentissage des mathématiques comporte :

- une évaluation juste qui suppose « de nombreuses opportunités pour les élèves de démontrer l'étendue de leur apprentissage » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 9);

- une évaluation transparente qui comprend :
  - « des rétroactions descriptives continues qui sont précises, spécifiques, constructives et opportunes afin d'appuyer l'amélioration de l'apprentissage et du rendement;
  - la présentation des résultats d'apprentissage, la coconstruction de critères d'évaluation significatifs avec les élèves, et la création de liens avec des mathématiques qui leur sont pertinentes » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 9);
- une évaluation équitable : « une attention portée sur les mêmes connaissances et compétences, tout en assurant une différenciation afin de répondre aux besoins de chaque élève » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c, p. 9).

Dans ce chapitre, l'évaluation juste, transparente et équitable sera traitée de façon globale en intégrant l'essentiel de chacune des composantes.

A. L'INTÉGRATION DE DOMAINES D'ÉTUDE DANS UNE PERSPECTIVE D'ÉVALUATION AU SERVICE DE L'APPRENTISSAGE

Le curriculum de l'Ontario en mathématiques, tant celui de la 1re à la 8e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005a, p. 6) que celui de 9e et de 10e année (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b, p. 8), mentionne que :

> [l]es attentes et les contenus d'apprentissage sont regroupés dans différents domaines d'étude. Ces domaines d'étude se subdivisent en plusieurs rubriques portant chacune sur l'une des attentes du domaine. Cependant, cette façon d'organiser les cours ne signifie pas que les attentes et les contenus d'un domaine ne peuvent pas être abordés en même temps que ceux d'un autre domaine. Il faudra viser un programme qui intègre et équilibre les contenus d'apprentissage des différents domaines (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b, p. 8).

Une évaluation juste en mathématiques comporte de nombreuses occasions pour les élèves de montrer ce qu'elles et ils ont appris. Dans sa planification, l'enseignante ou l'enseignant devrait fournir aux élèves plusieurs occasions de montrer leur compréhension des éléments à l'étude. Toutes les attentes dans les programmes-cadres de mathématiques de l'Ontario, de la 1re à la 12e année, précisent que les élèves ont jusqu'à la fin du cours pour démontrer « l'atteinte des attentes » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005a, p. 12).

Le tableau à la page suivante illustre la manière dont plusieurs domaines d'étude ont été intégrés dans une même situation d'apprentissage, dans une classe de 9e année du cours MFM1P. Il présente une séquence de 11 situations d'apprentissage provenant de sites Web et pouvant être réalisées à l'intérieur d'un semestre. Chaque situation d'apprentissage tient compte de plusieurs attentes relatives à plus d'un domaine d'étude. Le tableau met aussi en valeur les compétences de la grille d'évaluation pouvant être développées lorsque les élèves abordent ces situations d'apprentissage.

Note : Dans le tableau ci-après, bien que les titres des situations d'apprentissage soient en français, une majorité d'entre elles sont rédigées en anglais; mais, toutes ont été présentées en français en salle de classe. Seules deux situations d'apprentissage sont en français : **Volume de solides complexes** et **Les nœuds**. Les liens de ces situations d'apprentissage sont dans la bibliographie. Toutefois, il n'y a pas d'hyperlien menant à la situation d'apprentissage **Les nœuds**.

Exemple de planification, 9e année (MFM1P)

Situation d’apprentissage	Attentes — À la fin du cours, l’élève doit pouvoir : Relations			Mesure et géométrie				Numération et algèbre			Compétences de la grille d’évaluation du rendement — Connaissance et compréhension		Habiletés de la pensée			Communication			Mise en application		
	R1	R2	R3	MG1	MG2	MG3	MG4	NA1	NA2	NA3	CC1	CC 2	HP1	HP2	HP3	CO1	CO2	CO3	MA1	MA2	MA3
Séquoia – Critères d’une bonne question (Overwijk, 2013b)															×		×				
Duel de réductions (description aux pages suivantes) (Meyer, 2013a)	×		×					×		×	×		×	×		×	×	×		×	×
26 carreaux (Overwijk, 2013a)	×	×	×	×	×		×	×			×	×		×		×	×	×	×		×
Les nœuds (Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, 2007)	×	×	×					×		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×		
Le taxi détraqué (Orr, 2013)	×	×	×					×		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	
Boulettes de viande (Meyer, 2013b)	×	×	×			×		×		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Boîtes Pepsi vs Coke (Piccini, 2012)					×			×			×	×	×	×	×	×	×	×	×		
Je verse, tu choisis (Meyer, 2012)	×				×	×		×			×	×	×	×	×	×	×	×	×		
Les solides (Bonin-Ducharme et Beaudry, [s. d.])						×	×	×			×	×		×	×	×	×	×			×
Saut à l’élastique pour Barbie^MC (Zordak, [s. d.])	×	×	×					×		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×		×
Suites à motif croissant (cubes) (Nguyen, 2015)	×	×	×					×	×	×	×	×		×	×	×	×	×	×	×	×
Total	8	6	7	1	3	3	2	10	1	6	10	9	7	10	9	10	11	10	8	4	6

Ce tableau est une adaptation du gabarit de planification de 9e année (MFM1P), proposé à l’annexe 3 du présent document. Cette annexe comprend également des exemples de gabarits de planification de 7e, de 8e, de 9e et de 10e année.

Exemple d'intégration de plusieurs domaines d'étude dans la situation d'apprentissage Duel de réductions

L'exploration de la situation d'apprentissage **Duel de réductions**, inspirée de Dan Meyer (2013a), a permis à des élèves du cours MFM1P de résoudre un problème qui tient compte de plusieurs contenus d'apprentissage provenant de divers domaines d'étude.

Problème

Quel est le bon de réduction le plus avantageux?

Démarche

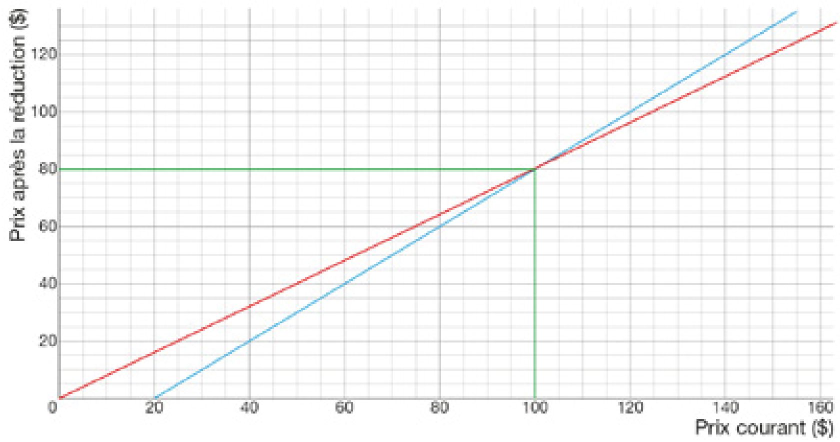
L'enseignant a projeté les deux illustrations ci-dessus et a demandé aux élèves ce qu'elles leur évoquaient, pensant qu'elles et ils privilégieraient les concepts du domaine Numération.

Pourtant, sans avoir reçu de consigne à cet effet, les élèves ont utilisé des concepts du domaine Relations. Certaines et certains ont construit une table de valeurs pour représenter différents achats, alors que d'autres ont exprimé, à l'aide d'une équation, le coût d'un achat en tenant compte de la réduction.

À la suggestion de l'enseignant, les élèves ont utilisé une représentation graphique, comme celle à la page suivante. Elles et ils ont observé que le point d'intersection des droites correspondait à 100 $. Cela leur a permis d'expliquer que, pour un achat de 100 $, aucun des bons de réduction n'était avantageux.

De façon intuitive, elles et ils ont déterminé qu'à ce prix (100 $) il n'y avait pas de choix judicieux. La représentation graphique leur a permis de mieux analyser la situation et de communiquer leur conclusion.

Relation entre le prix après la réduction et le prix courant



Cette situation d'apprentissage a également été une occasion pour l'enseignant d'observer les erreurs que commettent les élèves et de leur préciser le vocabulaire lié aux éléments à l'étude. Elle a aussi permis aux élèves de s'appuyer sur leur raisonnement, de modéliser une situation à l'aide de diverses représentations, de comparer deux fonctions affines dans un même plan cartésien et d'utiliser des pourcentages en contexte.

Si l'un des objectifs de cette situation d'apprentissage est de permettre aux élèves de montrer leur compréhension de la matière à l'étude, cela ne veut pas dire que la preuve de l'apprentissage doit nécessairement être écrite. Dans le document Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a), il est précisé notamment que :

> [l]e personnel enseignant peut effectuer la collecte de preuves d'apprentissage :
>
> - en élaborant des tâches qui fournissent à l'élève une panoplie de façons de démontrer son apprentissage;
> - en observant l'élève en train d'accomplir des tâches;
> - en préparant des questions efficaces qui permettent à l'élève d'expliciter sa pensée;
> - en planifiant des périodes de conversations en petits groupes ou en groupe-classe, en français, qui permettent aux élèves d'expliquer et d'approfondir leur pensée. (p. 42)

Il est également mentionné que « [l]'utilisation de sources variées pour obtenir les preuves d'apprentissage augmente la fidélité et la validité de l'évaluation de l'apprentissage de l'élève » (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 49).

B. UNE ÉVALUATION JUSTE, TRANSPARENTE ET ÉQUITABLE

Pour qu'une évaluation soit, juste, transparente et équitable, l'enseignante ou l'enseignant doit instaurer une pratique dans laquelle la rétroaction descriptive du travail des élèves est basée sur des résultats d'apprentissage et des critères coconstruits avec elles et eux. Si les élèves comprennent les résultats d'apprentissage et les critères visés, alors l'apprentissage de concepts et de procédures se fait de façon éclairée, et des liens avec d'autres aspects des mathématiques s'établissent facilement. Anne Davies (2007, traduction libre) cite les propos de Rick Stiggins : « [l]es élèves peuvent atteindre n'importe quelle cible, pourvu qu'ils la voient et qu'elle ne bouge pas. » (p. 21). Cette citation exprime bien l'esprit de transparence.

Le rendement est communiqué aux élèves au moyen d'une grille d'évaluation adaptée en fonction de quatre compétences qu'a définies le ministère de l'Éducation de l'Ontario, soit connaissance et compréhension des éléments à l'étude, habiletés de la pensée, communication et mise en application. L'enseignante ou l'enseignant doit aider les élèves à développer ces quatre compétences pour les soutenir dans leur apprentissage des mathématiques.

> Définies par des critères clairs, ces quatre compétences couvrent l'ensemble des éléments à l'étude et des habiletés visées par les attentes et les contenus d'apprentissage. On devrait considérer que ces quatre compétences sont interreliées et qu'elles reflètent l'intégralité et le caractère interdépendant des apprentissages. Elles permettent aussi au personnel enseignant de ne pas se concentrer uniquement sur l'acquisition de connaissances, mais de cibler aussi le développement des habiletés de la pensée, de la communication et de la mise en application de l'élève (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 24 et 25).

Le programme-cadre de mathématiques de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2005b), précise :

> [… qu'en] établissant un lien avec les compétences de la grille d'évaluation et les processus mathématiques, l'enseignante ou l'enseignant s'assure que les élèves satisfont non seulement aux attentes du cours, mais qu'ils développent également les processus mathématiques nécessaires à la poursuite de leur apprentissage des mathématiques. (p. 11)

L'objectivation pour coconstruire les critères d'évaluation

L'échange mathématique est un temps idéal pour les élèves d'effectuer un retour sur le travail accompli. Ce temps d'objectivation et de consolidation, qui suit généralement une situation d'apprentissage, peut les aider les élèves à clarifier le résultat d'apprentissage et à déterminer les processus qui leur ont été utiles durant l'exploration. C'est également pour l'enseignante ou l'enseignant l'occasion d'élaborer avec les élèves les critères à utiliser pour évaluer de façon sommative leur apprentissage. Pour bien cibler le résultat d'apprentissage et les critères d'évaluation, l'enseignante ou l'enseignant discute avec les élèves de l'ensemble de leur démarche qui a mené à la résolution du problème proposé lors de l'exploration. Elle ou il explicite l'apprentissage réalisé, les compétences développées et les processus mathématiques utilisés.

Les questions posées au cours de l'objectivation servent à amorcer la discussion avec les élèves. Ces questions, d'une part, permettent à l'enseignante ou à l'enseignant de faire ressortir les compétences appuyant l'apprentissage et, d'autre part, aident les élèves à considérer la grille d'évaluation comme un outil de réflexion sur leur apprentissage.

EXEMPLES DE QUESTIONS AXÉES SUR LES COMPÉTENCES

Habiletés de la pensée : Aider l'élève à analyser, à planifier et à poser un regard critique sur son travail.

- Es-tu en mesure de reconnaître les similitudes en comparant cette tâche avec une autre que nous avons déjà effectuée?
- As-tu dû prendre une décision ou faire un choix qui t'a amenée ou amené à changer ton approche ou ta solution?

Communication : Aider l'élève à rendre son raisonnement visible ou audible.

- Comment expliquerais-tu ou écrirais-tu ton raisonnement? Comment créerais-tu un visuel, dans un format approprié, de manière qu'une autre personne puisse le comprendre?

Mise en application : Aider l'élève à trouver une solution au problème, à établir des liens ou à généraliser.

- Comment pourrais-tu te servir des éléments que tu as appris pour résoudre ce problème?
- Es-tu en mesure de suivre cette procédure ou une autre?
- Peux-tu reconnaître une situation ou un concept pouvant t'être utile?
- Es-tu en mesure d'établir un lien avec un apprentissage antérieur?

Connaissance et compréhension : Aider l'élève à déterminer sa connaissance et sa compréhension des concepts ciblés.

- Quelles connaissances (définitions, vocabulaire, procédures) dois-tu avoir pour résoudre le problème de la situation d'apprentissage?

EXEMPLES DE QUESTIONS AXÉES SUR LES PROCESSUS MATHÉMATIQUES

- **Sélection d'outils :** Y a-t-il du matériel de manipulation ou de la technologie qui pourrait t'être utile pour effectuer cette tâche?
- **Établir des liens :** Es-tu en mesure de reconnaître les éléments semblables à ceux d'une autre résolution de problème qui pourraient t'aider dans ta façon de procéder?
- **Réflexion :** Peux-tu porter un regard critique sur ta démarche en la comparant avec celle de l'équipe 2?
- **Raisonner :** Es-tu en mesure de prédire, de vérifier ta prédiction et de tirer des conclusions?
- **Modéliser :** Serais-tu capable de représenter la situation à l'aide d'une table de valeurs, d'un graphique et d'une équation, puis d'analyser ses caractéristiques de façon à justifier ton choix de modèle (fonction affine ou fonction du second degré)?

La rétroaction descriptive

Selon Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 43), « [l]a rétroaction descriptive continue liée aux résultats d'apprentissage et aux critères d'évaluation est considérée l'outil le plus puissant pour améliorer l'apprentissage des élèves et est à la base du développement d'une culture d'apprentissage dans la classe ». Elle est donc essentielle pour appuyer les élèves dans leur cheminement en mathématiques, puisqu'elle « donne de l'information qui permet à l'apprenant de modifier ou d'ajuster ce qu'il fait afin de s'améliorer » (Davies, 2007, p. 2, citée dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a, p. 43). La rétroaction descriptive doit comprendre des pistes d'amélioration pour aider les élèves à modifier leur façon de faire, et ce, en vue qu'elles et ils développent leurs habiletés liées aux processus mathématiques.

Le personnel enseignant doit déterminer, avant de commencer l'échange mathématique, la compétence ou le processus mathématique qu'il souhaite que les élèves perfectionnent pour bien cibler la rétroaction descriptive à leur donner. L'intention est de leur fournir de l'information pour qu'elles et ils s'améliorent et résolvent plus facilement le problème en cours, mais également d'autres problèmes semblables ou différents.

L'exemple ci-après présente la solution à un problème de fractions, en 8e année. L'attente ciblée est : « Les élèves doivent pouvoir résoudre des problèmes portant sur les opérations étudiées en utilisant diverses stratégies. »

Problème

Alain veut savoir combien de verres de $\frac{3}{4}$ de litres il peut remplir avec 4 litres d'eau.

Quelle devrait être sa conclusion?

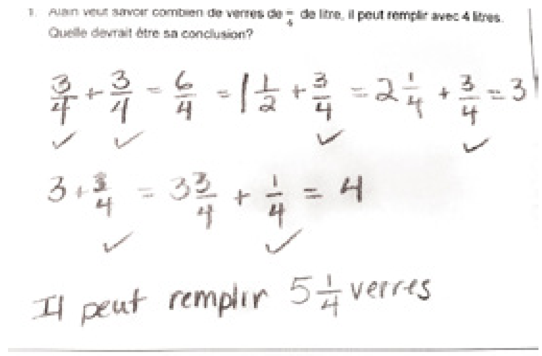


Photo : Hélène Matte.

En analysant les traces de travail de l'équipe, l'enseignante ou l'enseignant pourrait vouloir améliorer, entre autres, l'utilisation du signe d'égalité, le choix de l'opération utilisée ou le fait que le dernier $\frac{1}{4}$ de litre est en réalité $\frac{1}{3}$ d'un verre.

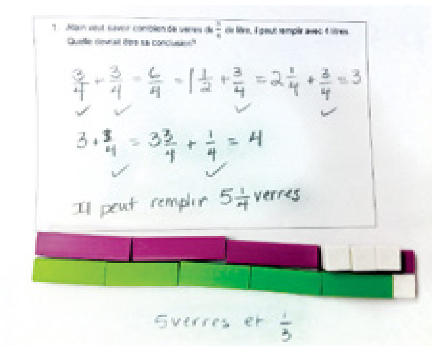


Photo : Hélène Matte.

Dans le cadre de l'évaluation au service de l'apprentissage, l'enseignante ou l'enseignant propose aux élèves de réfléchir à leur solution en leur suggérant de la représenter à l'aide de matériel de manipulation.

Les élèves ont choisi d'utiliser des réglettes pour représenter le problème. Elles et ils ont sélectionné les réglettes à utiliser pour représenter 4 litres (violettes) et des verres de $\frac{3}{4}$ de litre (vertes). Elles et ils constatent qu'il est possible de remplir 5 verres bout de la réglette violette qui dépasse les 5 verres (réglettes vertes). Une réglette blanche parvient à combler l'espace. En constatant que 3 réglettes blanches correspondent à 1 réglette verte, les élèves comprennent que chaque réglette blanche correspond à $\frac{1}{3}$ de verre. Elles et ils comparent leur solution avec celle obtenue auparavant.

La représentation d'un problème à l'aide du matériel de manipulation soutient le raisonnement des élèves. Plus les apprenantes et apprenants utiliseront les processus mathématiques – dans cet exemple-ci, la modélisation – pour appuyer leur habileté à analyser et à raisonner, plus elles et ils seront en mesure de s'en servir dans d'autres situations.

L'analyse des preuves d'apprentissage

Une évaluation juste comporte de nombreuses occasions pour les élèves de montrer ce qu'elles et ils ont appris. Une évaluation équitable tient compte des connaissances et des compétences des élèves. Afin de répondre aux besoins de chaque élève, l'enseignante ou l'enseignant s'assure de faire de la différenciation pédagogique, même au moment de l'évaluation. Elle ou il peut décider d'évaluer une portion des élèves du groupe-classe à divers moments ou en partant de différentes preuves d'apprentissage recueillies, selon les besoins des élèves.

Recueillir une variété de preuves d'apprentissage est une chose, mais c'en est une autre de les utiliser en vue d'évaluer le rendement. Dylan Wiliam, dont les recherches ont contribué à la politique d'évaluation en Ontario (Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario, 2010a), suggère que les évaluations elles-mêmes ne sont ni formatives ni sommatives. C'est plutôt la façon d'utiliser les données obtenues et les inférences faites qui font en sorte qu'une évaluation est formative ou sommative (Wiliam, 2015, cité dans Suurtaam, 2015b, p. 12, traduction libre). En tenant compte de ce que propose Wiliam et du principe d'équité, il est raisonnable d'utiliser les observations obtenues au cours d'une situation d'apprentissage pour évaluer quelques élèves seulement. Il est souvent impossible d'observer chaque élève pendant une même situation d'apprentissage ou d'avoir eu une conversation avec chacune d'elles ou chacun d'eux. Le registre permettant de noter l'ensemble des évaluations pourrait donc varier d'une ou d'un élève à l'autre. C'est le jugement professionnel de chacune ou de chacun qui guide les prises de décision.

Comme il est précisé dans Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2010a) :

> [l]'enseignante ou l'enseignant s'appuiera sur différentes considérations pour décider de la note à consigner sur le bulletin scolaire. Elle ou il doit considérer toutes les preuves d'apprentissage qui proviennent des observations, des conversations et des productions (tests/examens, travaux d'évaluation) des élèves. (p. 49)

Il y est également mentionné que :

> [l]e personnel enseignant soupèsera l'importance relative de toutes les preuves d'apprentissage de l'élève à la lumière de ces considérations et utilisera son jugement professionnel pour déterminer la note finale. Il est entendu que la note ne sera pas déterminée seulement par l'utilisation de calculs mathématiques. L'approche globale est donc à privilégier pour déterminer la note finale, car elle se prête bien à l'évaluation des tâches signifiantes, complexes et authentiques. (p. 49 et 50)

La triangulation

Le personnel enseignant a recours à trois sources de preuves d'apprentissage (triangulation), soit les observations, les conversations et les productions. Utiliser une variété de stratégies d'évaluation pour obtenir des preuves d'apprentissage est une façon de respecter le principe d'équité. C'est en variant la façon d'évaluer les élèves qu'il est possible de percevoir que celles-ci et ceux-ci montrent leur apprentissage de nombreuses façons et à divers moments. En effet, il peut être difficile d'évaluer de façon traditionnelle, uniquement en situation sommative, certains apprentissages mathématiques complexes.

Un sondage effectué auprès d'enseignantes et d'enseignants de mathématiques, de la 7e à la 10e année, en Ontario, montre que les sources de preuves d'apprentissage varient grandement et qu'il existe un écart entre celles provenant de productions écrites et celles issues de conversations et d'observations (Suurtamm, Koch, Arden, 2010, cités dans Suurtamm, 2015b, traduction libre).

	PREUVES D'APPRENTISSAGE POUR VÉRIFIER LA COMPRÉHENSION DE L'ÉLÈVE (*N* = 1 019)*	**PREUVES D'APPRENTISSAGE POUR ÉVALUER LE RENDEMENT DE L'ÉLÈVE (*N* = 1 010)***
SOURCE DES PREUVES D'APPRENTISSAGE	**SOUVENT ET PARFOIS**	**SOUVENT ET PARFOIS**
Évaluations papier-crayon	96 %	95 %
Questionnaires	89 %	79 %
Tâches autonomes	83 %	79 %
Devoirs	71 %	36 %
Observations en salle de classe	66 %	32 %
Entrevues avec l'élève (conversations)	35 %	15 %
Réponses que donne l'élève en salle de classe	76 %	28 %
Journal de mathématiques de l'élève	18 %	14 %
Portfolios ou échantillons de travail	19 %	14 %
Projets	38 %	41 %

* *N* représente le nombre d'élèves

(Suurtamm, Koch, Arden, 2010, cités dans Suurtamm, 2015b, p. 11, traduction libre.)

Plusieurs raisons peuvent expliquer cet écart. Une d'elles pourrait provenir d'une croyance que les traces de travail écrites sont plus fiables. Elles peuvent certainement vérifier la validité d'une réponse, mais elles ne montrent pas toujours la façon dont l'élève a déterminé la solution. Prenons l'exemple d'une question simple qui demande à l'élève de déterminer la plus grande fraction entre $\frac{3}{8}$ et $\frac{5}{6}$. Deux élèves pourraient choisir $\frac{5}{6}$, mais une discussion avec ces derniers en révèle beaucoup plus, comme en témoignent les exemples ci-dessous (textes de l'élève 1 et de l'élève 2).

Élève 1 : *Dans la fraction trois huitièmes, il y a trois carrés de coloriés, alors que dans la fraction cinq sixièmes, il y a six carrés de coloriés. La fraction cinq sixièmes est plus grande que la fraction trois huitièmes.*

Élève 2 : *Trois huitièmes, c'est un peu plus petit que la moitié qui est quatre huitièmes, alors que cinq sixièmes, c'est plus grand que la moitié qui est trois sixièmes. La fraction cinq sixièmes est la plus grande fraction.*

La justification de leur raisonnement par écrit aurait pu montrer la même chose, mais pour certaines et certains élèves, la conversation est plus efficace. De plus, c'est un moyen qui permet de mieux saisir le raisonnement de l'élève ou de déterminer ses erreurs, car elle donne à l'enseignante ou à l'enseignant la chance de la ou de le questionner.

La technologie en appui à la triangulation

L'enseignante ou l'enseignant peut se servir de la technologie pour capter les explications des élèves. Elle ou il sera ainsi en mesure d'en faire l'écoute ou d'en faire part aux élèves du groupe-classe. Pour enregistrer de simples vidéos, elle ou il peut employer une caméra ou un téléphone intelligent, puisque cette technologie est facilement accessible. Les vidéos peuvent être analysées plus tard en vue d'évaluer le raisonnement des élèves ou de prendre des décisions stratégiques quant aux prochaines étapes de l'enseignement.

Il existe une multitude d'applications ou de sites Web offrant aux apprenantes et aux apprenants la possibilité de publier leur raisonnement. La technologie leur permet de créer un portfolio ou un journal de mathématiques, mais également de faire part de leur raisonnement à leur enseignante ou à leur enseignant, ainsi qu'aux autres élèves du groupe-classe, de l'école ou d'autres écoles.

4
SOUTENIR LES PRATIQUES COLLABORATIVES D'APPRENTISSAGE PROFESSIONNEL EN MATHÉMATIQUES

En Ontario, une recherche-action menée entre 2005 et 2008 par l'Association des enseignantes et des enseignants franco-ontariens (AEFO), en collaboration avec l'Association des directions et directions adjointes des écoles franco-ontariennes (ADFO) et le Secrétariat de la littératie et de la numératie du ministère de l'Éducation de l'Ontario, portait sur la structure de la communauté d'apprentissage professionnelle (CAP) comme moyen à privilégier pour soutenir la collaboration et l'apprentissage professionnel.

> Le terme *communauté d'apprentissage professionnelle* (CAP) désigne ce mode de fonctionnement des écoles, qui favorise la contribution de chaque personne et encourage le personnel à entreprendre collectivement des activités et des réflexions en vue d'améliorer continuellement les résultats scolaires des élèves (Eaker, Dufour et Dufour, 2004, cités dans Association des enseignantes et des enseignants franco-ontariens, 2015).

Dans la conclusion du rapport final Ensemble, on réussit!, publié en 2008, la recherche-action de l'AEFO a démontré que :

> […] les communautés d'apprentissage professionnelles (CAP) sont LA stratégie gagnante pour améliorer la réussite scolaire des élèves. En effet, le projet aura permis à ces écoles d'adopter « une nouvelle façon de voir et de faire ». Une nouvelle façon de voir la mission de l'école, leur rôle, le travail et l'apprentissage en équipe, le leadership et, plus généralement, l'enseignement et l'apprentissage. On parle aussi d'une nouvelle façon de planifier, d'apprendre, d'enseigner et d'évaluer (Association des enseignantes et des enseignants franco-ontariens, 2008, p. 20).

L'étude de l'AEFO confirme que les écoles ayant mis en œuvre des CAP ont grandi sur le plan pédagogique, car elles « […] instaure[nt] une collaboration qui repose sur un dialogue réfléchi, c'est-à-dire des échanges portant sur la pédagogie, les élèves et l'apprentissage afin que le personnel débatte des stratégies qui pourront vraiment apporter des changements dans la culture de l'institution » (Hord, 1997, citée dans Association des enseignantes et des enseignants franco-ontariens, 2008, p. 20, traduction libre).

Selon le document Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12 (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011c) :

> [l]es personnes qui enseignent et mènent des enquêtes dans le domaine des mathématiques et de l'enseignement de celles-ci s'engagent en tant que coapprenantes et coapprenants d'une communauté d'apprentissage professionnelle à la promotion de l'enseignement efficace et de l'apprentissage des mathématiques pour tous les élèves.
>
> L'apprentissage professionnel en mathématiques :
>
> - est éclairé par les preuves d'apprentissage des élèves qui fournissent une gamme de données au sujet de tous les élèves;
> - prend appui sur une pratique réflexive dans le cadre de laquelle les éducatrices et éducateurs, les animatrices et animateurs ainsi que les chercheuses et chercheurs s'engagent en tant que coapprenantes et coapprenants dans les domaines d'exploration d'intérêt commun. (p. 7)

A. LA COMMUNAUTÉ D'APPRENTISSAGE PROFESSIONNELLE EN MATHÉMATIQUES EST ÉCLAIRÉE PAR LES PREUVES D'APPRENTISSAGE DES ÉLÈVES

Dans une vidéo portant sur l'apprentissage professionnel, de la série *Maîtres chercheurs en éducation* du ministère de l'Éducation de l'Ontario, le chercheur Steven Katz (2013a) de l'Ontario Institute for Studies in Education (OISE), de l'Université de Toronto, a précisé qu'observer, questionner et analyser l'apprentissage des élèves est le moteur de l'apprentissage professionnel efficace. Katz insiste sur le fait que l'apprentissage des membres du personnel enseignant qui se fait à l'école, devrait être directement lié aux besoins des élèves, car « si les preuves qui sont analysées montrent que X représente un besoin d'apprentissage important d'une ou d'un élève ou de plusieurs, alors ce X détermine par le fait même le besoin d'apprentissage des adultes, soit le besoin de trouver une stratégie différente qui favorisera l'apprentissage de tous les élèves » (traduction libre). L'apprentissage des élèves est en fait le moteur de l'apprentissage des enseignantes et des enseignants, et constitue un élément essentiel à tenir compte dans l'enquête professionnelle. Les pratiques collaboratives d'apprentissage professionnel, qui misent sur un besoin imminent des élèves, deviennent alors pertinentes.

L'incidence de l'enseignement sur l'apprentissage des élèves

Lorsqu'une enseignante ou qu'un enseignant s'inspire des besoins d'apprentissage des élèves pour déterminer ses propres besoins d'apprentissage professionnel, John Hattie, dans Connaître l'impact : l'enseignement, l'apprentissage et le leadership (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013a), souligne qu'elle ou il doit être conscient de la portée de son enseignement sur l'apprentissage des élèves. Il précise que :

> [lorsqu'] un élève réussit bien en classe, nous nous disons : « voilà un élève dont le rendement est très bon; il y met beaucoup d'efforts, il fait ses devoirs, il fait tous les exercices que nous lui avons demandés ». Ce qu'on ne se dit pas, c'est « et nous avons produit un impact sur lui et sur son apprentissage ». Ce qui n'est pas juste dans ce mode de pensée assez typique, c'est qu'on croit que la réussite dépend de l'élève, du programme ou encore des activités. On réfléchit rarement à notre propre influence sur l'apprentissage, qu'on soit enseignant-e ou leader. (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013a, p. 3).

Hattie ajoute :

> [qu'] on nous a appris à créer des plans de cours, à élaborer des activités intéressantes qui feront participer les élèves; on nous a appris que les élèves ont besoin de se concentrer, et tout un tas d'autres choses dans le même ordre d'idées (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013a, p. 4 et 5).

Toutefois, selon Hattie, lorsque l'enseignante ou l'enseignant exécute son plan de cours :

> […] ce qu'on fait très souvent c'est qu'on a un scénario, un plan, et on les met à exécution. On peut parfois se sentir déstabilisé par un élève qui interrompt le flux du cours. On cherche alors dans la classe un élève qui connaît la réponse aux questions qu'on pose, et on se dit : « Voilà! C'est ça, tu as compris! », et on généralise cette réussite à toute la classe. On reprend ensuite le flux du cours (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013a, p. 4).

Le chercheur a un message à transmettre :

> Ce tableau peut sembler un peu exagéré, mais ce que je veux faire comprendre, c'est qu'on doit se concentrer moins sur le plan de cours et plus sur l'impact qu'on a sur tous les élèves et sur leur apprentissage. Pour y arriver, il faut écouter ce que disent les élèves et observer ce qu'ils font (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2013a, p. 4).

L'enseignante ou l'enseignant qui se préoccupe de la portée de son enseignement sur l'apprentissage des élèves doit leur poser des questions et les écouter pour connaître les questions qu'elles et ils se posent, comprendre la manière dont elles et ils raisonnent, et examiner les erreurs qu'elles et ils commettent. Elle ou il doit ensuite analyser la situation et se poser les questions suivantes :

- « Si je vois que mes élèves pensent cela… »
- « Si je constate qu'elles et ils font ces erreurs-là… »
- « Si je vois que ce sont là leurs réussites, que dois-je faire? »

Ce sont ces constatations qui sont à la base des décisions que prendra l'enseignante ou l'enseignant relativement à ses prochaines interventions pédagogiques.

La communauté d'apprentissage professionnelle est une structure favorisant la consultation de collègues au sujet de l'enseignement et des défis que cela représente dans la pratique. Elle permet de nourrir l'apprentissage professionnel de façon collaborative.

La collecte de preuves d'apprentissage

Il importe que l'enseignante ou l'enseignant recueille des preuves d'apprentissage des élèves au cours de diverses activités. Cela lui permet d'avoir une vision juste de la portée de son enseignement sur l'apprentissage des élèves et de déterminer des sujets de discussion favorisant la collaboration au sein de la communauté d'apprentissage professionnelle. Voici deux exemples de collecte de preuves d'apprentissage : le billet de sortie (collecte provenant d'élèves) et l'observation d'une leçon par une ou un collègue (collecte provenant de pairs).

Le billet de sortie

Le billet de sortie est un écrit que rédigent les élèves à la fin d'un cours pour évaluer ce qu'elles et ils ont appris. L'analyse de ces traces est un moyen efficace de prendre connaissance de l'incidence de son enseignement sur leur apprentissage. La question du billet de sortie est directe ou ouverte. Si l'enseignante ou l'enseignant désire s'assurer que les élèves sont en mesure de mettre en pratique un concept vu durant la leçon, alors la question sera très directe; par exemple, il pourrait s'agir simplement d'effectuer un calcul, de résoudre un problème semblable à celui de la leçon ou d'expliquer une procédure. Si elle ou il souhaite obtenir de l'information sur certains éléments, comme la clarté de l'objectif de la leçon ou le développement d'une compétence, alors la question sera ouverte.

QUESTIONS POSSIBLES POUR UN BILLET DE SORTIE

- Utilise moins de 140 caractères pour décrire la leçon d'aujourd'hui.
- Nomme une chose que tu as apprise aujourd'hui.
- Explique une chose que tu as apprise d'une ou d'un élève du groupe-classe.
- J'ai appris…, mais je me pose tout de même la question suivante…
- Explique la façon dont tu t'y prendrais pour choisir, justifier, analyser…

L'observation d'une leçon par une ou un collègue

L'enseignante ou l'enseignant désirant obtenir des informations objectives au sujet de la portée de son enseignement, peut inviter une observatrice ou un observateur provenant de sa communauté d'apprentissage professionnelle (p. ex., une ou un collègue, une directrice ou un directeur, une conseillère ou un conseiller pédagogique). Il importe qu'elle ou il cible un domaine d'observation; par exemple, les interventions au moment de la résolution de problèmes, le questionnement, l'utilisation du matériel de manipulation ou le modelage de l'utilisation judicieuse d'un modèle mathématique, etc.

L'exemple ci-dessous est axé sur le questionnement de l'enseignante ou de l'enseignant afin de déterminer l'incidence de divers types de questions sur l'ensemble des élèves. L'analyse des réactions des élèves peut se faire avec l'observatrice ou l'observateur, ou être présentée à la communauté d'apprentissage professionnelle pour amorcer une démarche portant sur le processus de questionnement en salle de classe.

GRILLE D'OBSERVATION : QUELLES SONT LES RÉACTIONS DES ÉLÈVES QUANT AUX DIVERS TYPES DE QUESTIONS?		
TYPES DE QUESTIONS	**EXEMPLES DE QUESTIONS**	**RÉACTIONS DES ÉLÈVES**
Questions qui invitent les élèves à utiliser une méthode différente.	Y a-t-il une autre stratégie? Autres que les symboles, que pourrais-tu utiliser pour…? Cela s'appliquerait à d'autres nombres ou…?	
Questions qui promeuvent l'écoute active.	Avez-vous des questions pour cette équipe? Quelqu'un peut-il dire cela autrement? Quelqu'un aimerait-il ajouter un élément à l'explication? Es-tu d'accord ou non? Comprenez-vous ce qu'elle ou il explique?	
Questions qui invitent les élèves à revoir leur travail.	Seriez-vous capable de convaincre quelqu'un d'autre? Si vous le faisiez autrement, arriveriez-vous au même résultat? Comment allez-vous prouver que cela est vrai dans tous les cas? Pouvez-vous trouver d'autres relations? Pensez-y. Allez voir si vous pouvez vérifier une généralisation et présenter un argument.	

GRILLE D'OBSERVATION :
QUELLES SONT LES RÉACTIONS DES ÉLÈVES QUANT AUX DIVERS TYPES DE QUESTIONS?

TYPES DE QUESTIONS	EXEMPLES DE QUESTIONS	RÉACTIONS DES ÉLÈVES
Questions qui appuient la métacognition.	Savez-vous comment votre démarche vous amène vers une solution? Que feriez-vous si…? Qu'as-tu fait lorsque tu es arrivée ou arrivé à une impasse ou à une difficulté? Pourriez-vous généraliser que cela fonctionnera toujours? Quelle est votre prochaine étape?	
Questions qui promeuvent l'interaction à l'intérieur d'une équipe ou entre les équipes.	Peux-tu expliquer cela à Émilie? Chaque membre de l'équipe peut-il me l'expliquer?	
Questions qui encouragent les élèves à expliquer leur démarche.	Explique pourquoi tu as changé de symbole à cet endroit-ci. Explique pourquoi vous avez débuté avec ce modèle.	

(Adapté de Suurtaam, 2015a, traduction libre.)

Les preuves d'apprentissage serviront de points de discussion pendant les rencontres d'une CAP et permettront de cibler un ou des besoins d'apprentissage menant éventuellement à l'amélioration d'une pratique pédagogique.

B. LA COMMUNAUTÉ D'APPRENTISSAGE PROFESSIONNELLE PREND APPUI SUR UNE PRATIQUE RÉFLEXIVE CENTRÉE SUR L'EXPLORATION D'UN BESOIN D'APPRENTISSAGE

L'apprentissage professionnel peut être réalisé au moyen de différents modèles (p. ex., études d'ouvrages, analyses documentaires, consultations de chercheuses et de chercheurs, *coaching*, participations à des congrès, cours menant à des qualifications additionnelles, enquêtes collaboratives, études de leçons). Quel que soit le modèle choisi, l'objectif est de favoriser l'apprentissage du personnel enseignant et l'évolution des pratiques en salle de classe, ce qui, par conséquent, s'avère être bénéfique aux élèves. Dans une vidéo de la série *Leaders in Education Thought* du ministère de l'Éducation de l'Ontario, Catherine Bruce (2013, traduction libre) mentionne les six caractéristiques d'un modèle d'apprentissage professionnel efficace. Ce modèle :

- est basé sur l'expérience d'apprentissage en salle de classe;
- repose sur les besoins qu'ont définis les enseignantes et enseignants;
- est axé sur le travail d'équipe et la collaboration;
- est cyclique et durable permettant une pratique réflexive continue;
- tire parti de recherches récentes et de données probantes;
- est une approche axée sur l'intégration de nouvelles pratiques.

L'enquête collaborative

L'enquête collaborative est un exemple de modèle d'apprentissage professionnel répondant aux caractéristiques qu'énonce Bruce. Cette approche est axée sur l'accélération de l'apprentissage. Une enquête professionnelle efficace pourrait se définir comme « […] "un défi dans la pratique d'enseignement" ou "un dilemme continuel et familier pour l'amélioration pédagogique" pour lequel ni les enseignants ni les apprenants "n'ont de solution facile au stade où ils en sont dans leur apprentissage" [traduction] » (City et collab., 2009, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014c, p. 5, traduction libre).

En Ontario, plusieurs recherches sur l'enquête collaborative ont été réalisées depuis 2008, et le personnel enseignant y prenait part en tant que chercheur.

> Les enquêtes effectuées par les communautés d'apprentissage professionnelles dans les écoles et par les conseils et les réseaux, comme l'Enquête collaborative relative aux Premières Nations, aux Métis et aux Inuits (EC PNMI), l'Initiative concernant les enseignants responsables de l'étude des travaux d'élèves (ERÉTÉ), l'Enquête collaborative pour l'apprentissage des mathématiques (ECA-M) et le Projet de communication orale à la petite enfance (COPE) ont mené à l'élaboration de structures et de processus légèrement différents pour répondre aux besoins locaux, mais ont tous beaucoup en commun (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014b, p. 2).

Selon le document Enquête collaborative en Ontario – Ce que nous avons appris et où nous en sommes, « [...] les chercheurs ont appris du personnel enseignant que l'enquête n'est pas un projet, une initiative ni une innovation, mais une méthode de travail professionnelle » (Kaser et Halbert, 2014, cités dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014b, p. 2).

L'enquête collaborative vise une prise de position sur l'enseignement et l'apprentissage dans des contextes où une équipe collabore pour résoudre une problématique reconnue en partant d'un besoin des élèves. Analyser les preuves d'apprentissage des élèves, qu'elles soient écrites ou filmées, est un travail qui, lorsque fait en collaboration, permet d'examiner leur raisonnement et d'en discuter, de déceler leurs méprises et de déterminer les interventions à privilégier. Cependant, une pratique réflexive et collaborative est souvent plus efficace si les participantes et participants expriment des idées « divergentes » pour déterminer le besoin immédiat des élèves et les interventions à privilégier pour favoriser leur réussite. Il importe de réitérer que la solution n'est pas connue des personnes participant à l'enquête; donc chacune d'elles a le rôle d'émettre diverses hypothèses en vue que l'une d'elles soit acceptée et vérifiée ultérieurement.

Dans une vidéo portant sur l'apprentissage professionnel, de la série *Maîtres chercheurs en éducation* du ministère de l'Éducation de l'Ontario, Katz (2013b, traduction libre) affirme que c'est la « divergence » des idées qui a le potentiel de mener à un apprentissage professionnel plus signifiant pour les participantes et participants. Les propos du chercheur peuvent paraître provocateurs, mais ils invitent à réfléchir sur ce qu'est la pratique réflexive et la collaboration pour qu'elles mènent à une remise en question, à un changement de pratique et à un apprentissage professionnel signifiant.

Les caractéristiques de l'enquête collaborative

Pour qu'une enquête collaborative conduise à l'apprentissage professionnel, plusieurs caractéristiques doivent être prises en compte, notamment celles proposées ci-dessous. Tel qu'il est mentionné dans le document Enquête collaborative en Ontario – Ce que nous avons appris et où nous en sommes (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014b, p. 2), une CAP qui choisirait de mener une enquête collaborative pourrait évaluer la présence des caractéristiques en posant des questions liées à celles-ci.

- **Pertinence :** L'enquête collaborative se définit-elle à l'aide des preuves d'apprentissage des élèves?
- **Collaboration :** Les membres de la CAP coopèrent-elles et coopèrent-ils pour trouver des solutions aux besoins des élèves?
- **Réflexion :** Les actions sont-elles influencées par des discussions et des décisions de la CAP?
- **Itération :** La compréhension des participantes et des participants progresse-t-elle de façon régulière et cohérente au fil des étapes de l'enquête collaborative?
- **Raisonnement :** L'analyse a-t-elle recours à divers types de raisonnement (inductif, déductif et abductif) pour approfondir l'apprentissage professionnel?
- **Adaptation :** De quelle façon l'enquête influence-t-elle la pratique en salle de classe, et vice versa?
- **Réciprocité :** A-t-on déterminé un lien entre la théorie et la pratique?

(Inspiré de Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2011, cité dans Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2014b, p. 2.)

L'enquête collaborative EN ACTION

Une enquête collaborative efficace comprend plusieurs étapes. Elle débute par une démarche visant l'analyse des preuves d'apprentissage des élèves en vue d'élaborer un plan d'action explicite découlant de la rédaction d'une théorie d'action. D'autres étapes s'ajouteront et serviront à atteindre les objectifs visés, soit l'apprentissage professionnel et l'amélioration du rendement des élèves. Les étapes peuvent être regroupées en deux catégories : la définition de la cible de l'enquête collaborative et l'enquête collaborative en action.

DÉFINITION DE LA CIBLE DE L'ENQUÊTE COLLABORATIVE	
Preuves d'apprentissage des élèves L'équipe de la CAP s'est penchée sur les habiletés des élèves en résolution de problèmes.	Lorsque les enseignantes et enseignants ont demandé à des élèves d'exprimer ce qu'elles et ils pouvaient faire pour améliorer leur compétence en résolution de problèmes, elles et ils ont été en mesure, jusqu'à un certain point, de relever quelques pistes d'amélioration. Cependant, plusieurs ont donné des réponses superficielles.
Questions Pour déterminer un objectif sur lequel travailler, les enseignantes et enseignants analysent les preuves d'apprentissage recueillies. L'équipe de la CAP s'est posé plusieurs questions.	▶ Les pistes qu'ont mentionnées les élèves leur permettront-elles véritablement d'améliorer leur compétence en résolution de problèmes? ▶ Les élèves ont-elles et ont-ils simplement répété des stratégies qu'elles et ils connaissent depuis longtemps, mais pour lesquelles le personnel enseignant n'a pas encore attribué un effet sur leur apprentissage? ▶ À quoi ressemble le développement d'une compétence comme la résolution de problèmes? ▶ Qu'est-ce qui, une fois améliorée, pourrait avoir une influence positive sur l'apprentissage? ▶ Quelles sont les stratégies qui pourraient améliorer la capacité des élèves à résoudre des problèmes plus complexes?
Hypothèses émises Cerner l'action la plus importante à poser nécessite plusieurs réflexions. En sachant qu'il n'y avait pas nécessairement de solution précise, l'équipe a poursuivi sa réflexion en émettant des hypothèses.	H1 : Si les élèves exploraient plusieurs façons de représenter des problèmes et de communiquer leur apprentissage, elles et ils seraient alors en mesure de s'améliorer. H2 : Si les élèves avaient plus d'occasions de collaborer entre elles et eux, alors elles et ils seraient plus persévérants au moment de résoudre des problèmes. H3 : Si l'enseignante ou l'enseignant posait des questions qui exigeraient des élèves de justifier leur choix de stratégies, alors elle ou il pourrait les appuyer dans leur apprentissage. H4 : Si l'enseignante ou l'enseignant faisait un retour sur l'enseignement explicite de la résolution de problèmes, alors les élèves montreraient une capacité accrue à résoudre des problèmes.

DÉFINITION DE LA CIBLE DE L'ENQUÊTE COLLABORATIVE	
Théorie d'action formulée En poursuivant la discussion, l'équipe de la CAP formule une théorie d'action qui guidera les actions des enseignantes et des enseignants en salle de classe. C'est un processus de raisonnement et de réflexion assez long, mais indispensable. La théorie d'action établit la relation entre l'enseignement (si…) et l'apprentissage (alors…).	**Si** nous mettons en œuvre différentes stratégies permettant aux élèves d'échanger entre elles et eux au sujet de leur démarche, **alors** elles et ils seront en mesure de mieux justifier leur choix de stratégie.

Une fois la théorie d'action ciblée, l'équipe de la CAP peut passer à l'élaboration d'un plan d'action. Les enseignantes et enseignants de l'équipe ont observé que les élèves ne pouvaient pas décrire la manière dont elles et ils pourraient améliorer leur compétence en résolution de problèmes. Elles et ils ont donc réfléchi sur les pratiques pédagogiques pouvant développer cet apprentissage en vue de créer un plan d'action. C'est en partant d'une remise en question qu'un plan d'action peut être élaboré et qu'une pratique réflexive sur l'apprentissage professionnel qui en résulte peut avoir lieu.

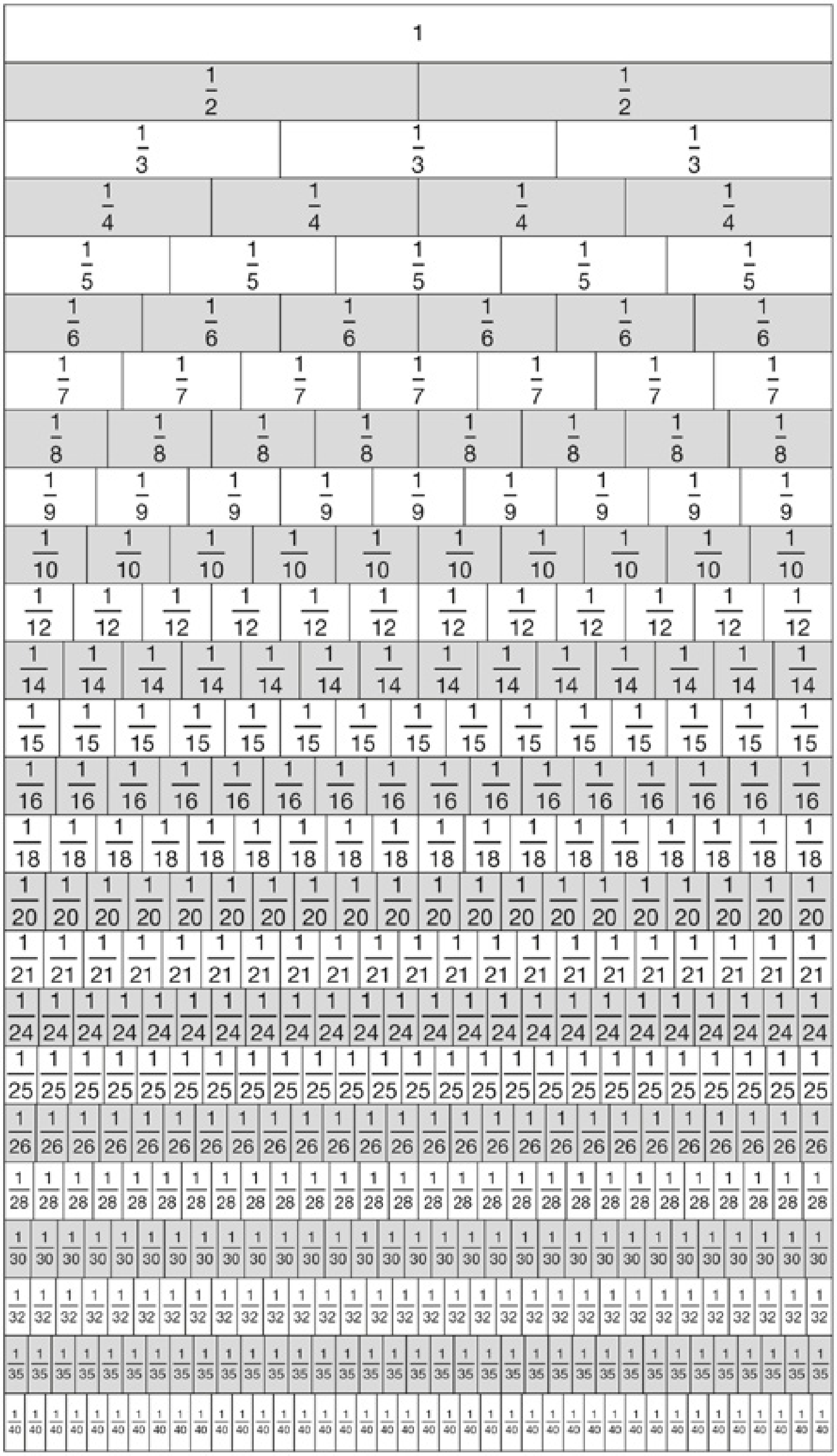
ENQUÊTE COLLABORATIVE EN ACTION		
LISTE DES PREUVES D'APPRENTISSAGE POUVANT APPUYER LA THÉORIE D'ACTION ET FAVORISER DES CHANGEMENTS DANS LA PRATIQUE PÉDAGOGIQUE	**PREUVES D'APPRENTISSAGE QUI APPUIENT L'ÉNONCÉ**	**PREUVES D'APPRENTISSAGE QUI N'APPUIENT PAS L'ÉNONCÉ**
Il est important de tenir compte de la qualité des preuves d'apprentissage, c'est-à-dire de s'assurer qu'elles décrivent la relation entre l'enseignement et l'apprentissage et qu'elles ne vont pas au-delà de l'énoncé.	En comparant leur stratégie avec celles d'autres équipes, les élèves peuvent en évaluer le pour et le contre.	Les élèves comparent leur réponse entre elles et eux seulement.
	Les élèves utilisent divers modèles ou différentes représentations pour exprimer leurs idées.	Les élèves discutent entre elles et eux de mathématiques.
	Les élèves améliorent leur stratégie après avoir compris celle d'une ou d'un autre élève.	

ENQUÊTE COLLABORATIVE EN ACTION	
Rassemblement des preuves d'apprentissage pour valider la théorie d'action Selon l'échéancier des rencontres d'équipe de la CAP, les enseignantes et enseignants mettent en pratique certaines stratégies pour développer les habiletés des élèves en résolution de problèmes. Au moment des rencontres, les preuves d'apprentissage recueillies et celles échangées sont au cœur des discussions et offrent des pistes de modification ou des stratégies aidant l'élève dans l'apprentissage visé.	▶ Proposer aux élèves des problèmes à résoudre en collaboration. ▶ Mettre à l'essai une stratégie permettant aux élèves de faire part de leur raisonnement. ▶ Recueillir des preuves d'apprentissage (travaux d'élèves, vidéos, photos, observations, notes, etc.) pour en faire part aux membres de l'équipe au moment des rencontres de la CAP et leur permettre de valider les prises de décision afin de modifier une pratique.
Pratique réflexive La pratique réflexive est la dernière étape de l'enquête collaborative. Elle permet de déterminer les nouvelles pratiques qui seront adoptées en salle de classe. Certaines questions plus précises visant l'apprentissage professionnel devraient permettre de confirmer la théorie d'action pour guider la pratique à adopter en salle de classe afin de répondre au besoin des élèves.	▶ Qu'avons-nous appris à propos de nos élèves? au sujet de la compréhension que nous avons de l'apprentissage des élèves? ▶ Quels sont les éléments que nous pouvons adapter, revoir ou préciser? ▶ Quelles pratiques pédagogiques avons-nous voulu explorer? ▶ Qu'avons-nous appris au sujet des élèves et sur la façon dont elles et ils apprennent? ▶ Que pensons-nous à présent? Est-ce différent de ce que nous pensions avant? Pourquoi, oui? Pourquoi, non? ▶ Quels sont les moments importants qui ont changé notre façon de penser? En quoi notre pratique s'en trouve-t-elle modifiée?

L'enquête collaborative est une démarche qui peut s'échelonner sur plusieurs mois. L'important, c'est la régularité des échanges et leur cohérence. Ceux-ci doivent être axés sur le résultat d'apprentissage professionnel qu'a établi au départ la communauté d'apprentissage et s'articuler autour de l'incidence des pratiques pédagogiques sur l'apprentissage des élèves. Ainsi, la validation des prises de décisions devrait s'entendre dans le discours des enseignantes et des enseignants et s'observer dans la pratique pédagogique et l'apprentissage des élèves.

ANNEXES

FRACTIONS ÉQUIVALENTES



Annexe 1

EXPÉDITION MATHÉMATIQUE[1]

Tu es sur le point d'entreprendre une expédition mathématique dans l'école et la cour de l'école.

Matériel requis

- appareil photo
- calculatrice
- clinomètre maison (instructions ci-après)
- corde
- crayon
- papier
- ruban à mesurer

1. Au cours de l'expédition mathématique, cherche une structure ayant la même forme que celles suggérées ci-dessous. Nomme l'endroit et décris la structure. Prends une photo.
   a) prisme à base carrée ______________________________
   b) sphère ______________________________
   c) cône ______________________________
   d) pyramide ______________________________
   e) demi-sphère ______________________________
   f) forme symétrique ______________________________

2. Détermine combien cela coûterait de paver le trottoir devant l'école. Le prix des pierres est de 8 $/m^2 et le coût de l'installation est d'environ 10 $/m^2.

3. Détermine la hauteur du mât, devant l'école, au sommet duquel flotte le drapeau franco-ontarien.

[1] Il s'agit d'un exemple d'activité inspiré de Christine Suurtaam, Université d'Ottawa.

EXPÉDITION MATHÉMATIQUE (SUITE)

4. Détermine la vitesse de remplissage d'une bouteille d'eau en utilisant la fontaine située dans le corridor.

5. Observe les voitures garées dans le stationnement de l'école, puis estime la probabilité que la prochaine voiture qui arrivera dans le stationnement soit de couleur argentée.

6. Trouve un objet qui comporte une certaine pente. Prends-le en photo, puis détermine la pente.

EXPÉDITION MATHÉMATIQUE (SUITE)

Construction d'un clinomètre

Matériel requis

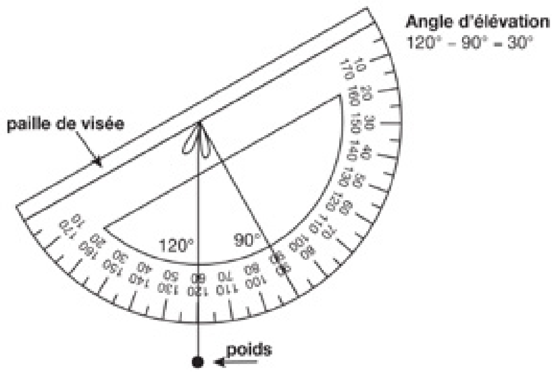
- ficelle d'environ 10 cm de long
- paille
- petit objet lourd (écrou, pince, trombone, etc.)
- rapporteur
- ruban adhésif

Suis les instructions ci-dessous pour construire un clinomètre. Un clinomètre est un instrument qui permet de mesurer des angles d'élévation et des angles de dépression.

1. Fixe la paille sur le bord droit du rapporteur à l'aide du ruban adhésif (voir le diagramme). La paille peut dépasser à chacun des bouts du rapporteur.

2. Attache un petit objet lourd (p. ex., un écrou, une pince, un trombone) à l'extrémité de la ficelle.

3. Attache l'autre bout de la ficelle à la hauteur de la marque zéro, au milieu du rapporteur, de manière que, lorsque le rapporteur est placé à l'horizontale, le fil passe par la marque indiquant 90°.



Michael SERRA, *Discovering Geometry: An Inductive Approach*, San Francisco, Kendall Hunt, 1989.

PLANIFICATION, DE LA 7E À LA 10E ANNÉE

Exemple d'un gabarit de planification, 7e année

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	Mise en application	Établissement de liens.														
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes.														
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.														
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.														
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises et pour des auditoires spécifiques.														
		Expression et organisation des idées et de l'information.														
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.														
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.														
		Utilisation des habiletés de planification.														
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.														
		Connaissance des éléments à l'étude.														
Attentes	Traitement des données et probabilité	**TD2 :** Résoudre des problèmes de probabilité et en analyser les résultats.														
		TD1 : Reconnaître et appliquer la démarche statistique dans le but de valider une hypothèse ou de répondre à une question.														
	Modélisation et algèbre	**MA2 :** Résoudre des équations simples en utilisant une variété de stratégies.														
		MA1 : Utiliser une table de valeurs et une représentation graphique afin de résoudre des problèmes portant sur des relations.														
	Géométrie et sens de l'espace	**GS2 :** Effectuer des translations et des réflexions dans le plan cartésien.														
		GS1 : Résoudre des problèmes reliés aux propriétés de figures planes et de solides dans divers contextes.														
	Mesure	**M2 :** Résoudre des problèmes reliés à l'aire de figures ainsi qu'au volume de prismes dans divers contextes.														
		M1 : Résoudre des problèmes reliés à la circonférence du cercle.														
	Numération et sens du nombre	**NS3 :** Résoudre des problèmes portant sur les opérations étudiées en utilisant diverses stratégies.														
		NS2 : Explorer les concepts de rapport, de taux et de puissance de différentes façons.														
		NS1 : Résoudre des problèmes portant sur les concepts de rapport et de taux.														
		Tâches														

Exemple d'un gabarit de planification, 8e année

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	Mise en application	Établissement de liens.
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes.
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises et pour des auditoires spécifiques.
		Expression et organisation des idées et de l'information.
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.
		Utilisation des habiletés de planification.
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.
		Connaissance des éléments à l'étude.
Attentes	Traitement des données et probabilité	**TD2 :** Résoudre des problèmes de probabilité et en analyser les résultats.
		TD1 : Utiliser la démarche statistique dans le but de valider une hypothèse ou de répondre à une question et déterminer les mesures de tendance centrale afin d'interpréter des données.
	Modélisation et algèbre	**MA2 :** Résoudre des équations complexes en utilisant une variété de stratégies.
		MA1 : Utiliser une table de valeurs, une représentation graphique et une équation algébrique afin de résoudre des problèmes portant sur les relations.
	Géométrie et sens de l'espace	**GS2 :** Effectuer des rotations et des homothéties dans le plan cartésien.
		GS1 : Résoudre des problèmes reliés aux propriétés de figures planes et des solides dans divers contextes.
	Mesure	**M1 :** Résoudre des problèmes reliés à l'aire du cercle et à l'aire et au volume de prismes et de cylindres.
	Numération et sens du nombre	**NS3 :** Résoudre des problèmes portant sur les opérations étudiées en utilisant diverses stratégies.
		NS2 : Explorer le concept de rapport et représenter les nombres rationnels de différentes façons.
		NS1 : Résoudre des problèmes portant sur les concepts de rapport et de taux et utiliser des puissances.
		Tâches

PLANIFICATION, DE LA 7E À LA 10E ANNÉE (SUITE)

Exemple d'un gabarit de planification, 9e année (MFM1P)

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	Mise en application	Établissement de liens.															
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes															
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.															
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.															
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises.															
		Expression et organisation des idées et de l'information.															
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.															
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.															
		Utilisation des habiletés de planification.															
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.															
		Connaissance des éléments à l'étude.															
Attentes	Numération et algèbre	**NA3 :** Résoudre des problèmes par le biais de la modélisation.															
		NA2 : Réduire des expressions algébriques.															
		NA1 : Démontrer des habiletés en numération.															
	Mesure et géométrie	**MG4 :** Vérifier des énoncés portant sur les propriétés géométriques de figures planes.															
		MG3 : Résoudre des problèmes portant sur le volume de solides dans diverses situations.															
		MG2 : Résoudre des problèmes portant sur le périmètre, l'aire de figures planes et l'aire de solides dans diverses situations.															
		MG1 : Résoudre divers problèmes faisant appel au théorème de Pythagore.															
	Relations	**R3 :** Analyser et interpréter des situations à l'aide de fonctions affines.															
		R2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques d'une fonction affine.															
		R1 : Démontrer une compréhension des liens entre une relation en situation et sa table de valeurs, sa représentation graphique et son équation.															
		Tâches															

Annexe 3

Exemple d'un gabarit de planification, 9e année (MPM1D)

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	**Mise en application**	Établissement de liens.														
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes.														
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.														
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.														
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises.														
		Expression et organisation des idées et de l'information.														
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.														
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.														
		Utilisation des habiletés de planification.														
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.														
		Connaissance des éléments à l'étude.														
Attentes	**Numération et algèbre**	**NA4 :** Résoudre des problèmes par le biais de la modélisation.														
		NA3 : Réduire des expressions algébriques.														
		NA2 : Démontrer une compréhension des lois des exposants.														
		NA1 : Démontrer des habiletés en numération.														
	Mesure et géométrie	**MG4 :** Vérifier des énoncés portant sur les propriétés géométriques de figures planes.														
		MG3 : Déterminer l'aire et le volume de solides et les utiliser pour résoudre des problèmes dans diverses situations.														
		MG2 : Résoudre des problèmes portant sur le périmètre et l'aire d'une figure plane dans diverses situations.														
		MG1 : Résoudre divers problèmes faisant appel au théorème de Pythagore.														
	Géométrie analytique	**GA2 :** Résoudre des problèmes relatifs aux droites.														
		GA1 : Interpréter l'équation d'une droite dans le plan cartésien pour déterminer ses caractéristiques.														
	Relations	**R3 :** Analyser et interpréter des situations à l'aide de fonctions affines.														
		R2 : Démontrer une compréhension des caractéristiques d'une fonction affine.														
		R1 : Démontrer une compréhension, en situation, d'une relation entre deux variables à l'aide d'une table de valeurs, d'un graphique et d'une équation.														
		Tâches														

PLANIFICATION, DE LA 7E À LA 10E ANNÉE (SUITE)

Exemple d'un gabarit de planification, 10e année (MFM2P)

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	Mise en application	Établissement de liens.														
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes.														
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.														
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.														
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises.														
		Expression et organisation des idées et de l'information.														
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.														
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.														
		Utilisation des habiletés de planification.														
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.														
		Connaissance des éléments à l'étude.														
Attentes	Trigonométrie	**T2 :** Résoudre, à l'aide de la trigonométrie, des problèmes portant sur des triangles rectangles.														
		T1 : Résoudre des problèmes à l'aide de triangles semblables.														
	Fonctions du second degré	**FSD3 :** Résoudre des problèmes portant sur des fonctions du second degré.														
		FSD2 : Démontrer une habileté à manipuler algébriquement des polynômes reliés aux fonctions du second degré.														
		FSD1 : Représenter et interpréter, en situation, une fonction du second degré à l'aide d'une table de valeurs, d'un graphique et d'une équation.														
	Fonctions affines	**FA2 :** Démontrer une habileté à résoudre algébriquement des problèmes d'application portant sur des fonctions affines.														
		FA1 : Démontrer une habileté à utiliser les caractéristiques d'une fonction affine.														
		Tâches														

PLANIFICATION, DE LA 7E À LA 10E ANNÉE (SUITE)

Exemple d'un gabarit de planification, 10e année (MPM2D)

Compétences de la grille d'évaluation du rendement	Mise en application	Établissement de liens.														
		Transfert des connaissances et des habiletés à de nouveaux contextes.														
		Application des connaissances et des habiletés dans des contextes familiers.														
	Communication	Utilisation des conventions et de la terminologie à l'étude.														
		Communication des idées et de l'information, de façon orale, écrite et visuelle, à des fins précises.														
		Expression et organisation des idées et de l'information.														
	Habiletés de la pensée	Utilisation des processus de la pensée critique et de la pensée créative.														
		Utilisation des habiletés de traitement de l'information.														
		Utilisation des habiletés de planification.														
	Connaissance et compréhension	Compréhension des éléments à l'étude.														
		Connaissance des éléments à l'étude.														
Attentes	Trigonométrie	**T3 :** Résoudre des problèmes portant sur des triangles acutangles à l'aide de la loi des sinus et de la loi du cosinus.														
		T2 : Résoudre des problèmes portant sur les triangles rectangles.														
		T1 : Déterminer les propriétés des triangles semblables et les appliquer.														
	Géométrie analytique	**GA2 :** Démontrer des propriétés de cercles, de triangles et de quadrilatères au moyen de la géométrie analytique.														
		GA1 : Modéliser et résoudre des problèmes portant sur l'intersection de droites.														
	Fonctions du second degré	**FSD4 :** Démontrer une habileté à utiliser les propriétés des fonctions et des équations du second degré dans diverses situations.														
		FSD3 : Résoudre des équations de fonctions du second degré.														
		FSD2 : Démontrer une compréhension des liens entre l'équation canonique d'une fonction du second degré et son graphique.														
		FSD1 : Déterminer les caractéristiques d'une fonction du second degré.														
		Tâches														

BIBLIOGRAPHIE

ANSARI, Daniel (2015). « Arrêtons la guerre des maths! », *Éducation Canada*, [En ligne], Toronto, Canadian Education Association. (CC BY-NC-ND 3.0) [https://www.edcan.ca/articles/arretons-la-guerre-des-maths/?lang=fr]

ASSOCIATION DES ENSEIGNANTES ET DES ENSEIGNANTS FRANCO-ONTARIENS (2008). *Ensemble, on réussit*, Projet de mise en œuvre de la communauté d'apprentissage professionnelle dans l'école franco-ontarienne – Rapport d'évaluation, [En ligne], Ottawa, Association des directions et directions adjointes des écoles franco-ontariennes (ADFO); Association des enseignantes et enseignants franco-ontariens (AEFO), décembre. [http://www.aefo.on.ca/images/aefo/outils-et-ressources/ressources/communautes-d-apprentissage-professionnelles/ensemble_on_reussit_rapport_devaluation_dec08.pdf]

ASSOCIATION DES ENSEIGNANTES ET DES ENSEIGNANTS FRANCO-ONTARIENS (2015). « Ressources – Communautés d'apprentissage professionnelles », AEFO, [En ligne]. [http://www.aefo.on.ca/fr/outils-et-ressources/ressources/communautes-d-apprentissage-professionnelles#definition]

ASSOCIATION FRANCOPHONE POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN ONTARIO (collab.) (2015). « Dossier de recherche : Une conversation avec Dr Serge Demers», *L'InforMATHheur*, [En ligne], Ottawa, AFEMO, nº 5, février, p. 4 et 5. [http://afemo.on.ca/wp-content/uploads/2017/10/Magazine_math_fev2015_25_fevV8.pdf]

ASSOCIATION FRANCOPHONE POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN ONTARIO (collab.) (2017). « Problème-vedette 1re-12e – Des marches de découvertes mathématiques pour fêter le 150e anniversaire du Canada », Ottawa, AFEMO, nº 12, mai, p. 6 et 7.

BOALER, Jo (2014). *Boosting Messages From "How to Learn Math for Students*", [Enregistrement vidéo], Youcubed, Stanford University. [https://www.youcubed.org/resources/boosting-messages-learn-math-students/]

BONIN-DUCHARME, J., et C. BEAUDRY ([s. d.]). *Math – Les solides*, [En ligne], Dropbox.com. [https://www.dropbox.com/sh/mkk4rkioaj4a0ag/AABMIMJBgHthE2fYFShAfMkxa?dl=0]

BOURASSA, Mary (2013). *Which One Doesn't Belong*, [En ligne], Sitename.com. [http://wodb.ca/]

BRUCE, C. (2013). *Professional Learning: Key Features*, [Enregistrement vidéo], *Leaders in Education Thought*, vol. 2, nº 2, Special Edition on Mathematics, The Literacy and Numeracy Secretariat, Student Achievement Division, Ministère de l'Éducation de l'Ontario, [En ligne]. [http://thelearningexchange.ca/videos/professional-learning-key-features/]

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES (2002). *Recueil des pratiques réussies en mathématiques de la 6e à la 9e année : soutien pour un meilleur rendement des élèves à risque des écoles de langue française de l'Ontario*, Ottawa, CFORP.

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES (2007). *Les mathématiques, un monde à apprivoiser – MFM1P*, *Guide d'enseignement*, Module 2 : Relations, Ottawa, CFORP.

CENTRE FRANCO-ONTARIEN DE RESSOURCES PÉDAGOGIQUES (2011). *Pratiques pédagogiques gagnantes*, Fascicule 2 : Critères d'évaluation, [En ligne], Ottawa, CFORP. [http://edusourceontario.com/content.aspx?name=evaluation&submenu=pratiques_pedagogiques_gagnantes&id=19&id_submenu=59]

CHAPIN, S. H., C. O'CONNOR et N. C. ANDERSON (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn, Grades K-6*, 2e édition, Sausalito, Math Solutions.

CHARLES, Randall I. (2005). « Big Ideas and Understanding as the Foundation for Elementary and Middle Scholl Mathematics », *Journal of Mathematics Education Leadership*, [En ligne], Aurora, CO, National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM), vol. 8, nº 1, printemps-été, p. 9-24. [http://www.mathedleadership.org/resources/journalsvol8.html]

CLEMENTS, D. H., et J. SARAMA (2004). « Learning Trajectories in Mathematics Education », *Mathematical Thinking and Learning*, [En ligne], vol. 6, nº 2. Mis en ligne le 18 novembre 2009, p. 81-89. [https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_1]

CONSEIL DES ÉCOLES CATHOLIQUES DU CENTRE-EST (2010). *Les apprentissages essentiels en numératie 7-9 – Mesure*, [Ébauche]. (Note : Ce document a été utilisé avec la permission de l'auteur, mais il n'est pas disponible pour consultation ou autre.)

DAVIES, Anne (2007). *L'évaluation en cours d'apprentissage*, Montréal, Chenelière Éducation inc.

DWECK, Carol S. (2010). *Changer d'état d'esprit : Une nouvelle psychologie de la réussite*, traduit de l'anglais par J.-B. Dayez, Bruxelles, Pierre Mardaga Éditeur. (Version originale : DWECK, Carol S. (2007). *Mindset: The New Psychology of Success* (réimpression), New York, Ballantine Books.)

DWECK, Carol S. (2011). « Cerner son état d'esprit », *Le monde de l'intelligence*, nº 18, mars-avril, p. 16-17.

EduGAINS. *Posters for Mathematical Processes*, [En ligne]. [http://www.edugains.ca/newsite/math/mathprocesses.html]

KATZ, Steven (2013a). *Apprentissage professionnel efficace*, [Enregistrement vidéo], Maîtres chercheurs en Éducation, vol. 2, nº 1, Unité de la littératie et de la numératie, Division du rendement des élèves, Ministère de l'Éducation de l'Ontario, Vimeo, [En ligne]. [https://vimeo.com/88923446]

KATZ, Steven (2013b). *Qu'entend-on par apprentissage professionnel?,* [Enregistrement vidéo], Maîtres chercheurs en Éducation, vol. 2, nº 1, Unité de la littératie et de la numératie, Division du rendement des élèves, Ministère de l'Éducation de l'Ontario, Vimeo, [En ligne]. [https://vimeo.com/88923444]

LILJEDAHL, Peter (2015). *Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem Solving*, [En ligne], Simon Fraser University. [http://peterliljedahl.com/wp-content/uploads/Building-Thinking-Classrooms-Feb-14-20151.pdf]

MEYER, D. (2012). *You Pour, I Choose*, [En ligne], Dan Meyer's Three-Act Math Tasks. [http://threeacts.mrmeyer.com/youpourichoose/]

MEYER, D. (2013a). *[3 ACTS] Dueling Discounts*, [En ligne], dy/dan, 101 questions. [http://blog.mrmeyer.com/2013/3acts-dueling-discounts/]

MEYER, D. (2013b). *[Makeover] Meatballs*, [En ligne], dy/dan. [http://blog.mrmeyer.com/2013/makeover-meatballs/]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2005a). *Le curriculum de l'Ontario, de la 1re à la 8e année – Mathématiques (révisé)*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/curriculum/elementary/math18curr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2005b). *Le curriculum de l'Ontario, 9e et 10e année – Mathématiques (révisé)*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/curriculum/secondary/math910curr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2006a). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*, Fascicule 1, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_6_fasc1.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2006b). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*, Fascicule 2, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_6_fasc2.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2007a). *Faire la différence… De la recherche à la pratique – L'interaction entre élèves dans un cours de mathématiques : Compétition ou échange d'idées?*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Monographie nº 1, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/Bruce_fr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2007b). « Les communautés d'apprentissage professionnelles (CAP) : Un modèle pour les écoles de l'Ontario », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale du Secrétariat nº 3, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/PLC_fr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2008a). « Différenciation de l'enseignement des mathématiques », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Série d'apprentissage professionnel nº 7, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/different_mathFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2008b). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4e à la 6e année – Modélisation et algèbre*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_MA_456.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2009). *De la théorie à la pratique – Le passage à l'abstrait dans l'apprentissage des mathématiques au cycle intermédiaire, de la 7e à la 10e année*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/monographie6.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2010a). *Faire croître le succès – Évaluation et communication du rendement des élèves fréquentant les écoles de l'Ontario*, 1re éd., 1re-12e année, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/policyfunding/growSuccessfr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2010b). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année*, Mesure, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_4-5-6_Mesure.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2011a). « Bansho (présentation des idées sur un tableau) », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale du Secrétariat nº 17, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/CBS17Fr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2011b). « La communication en classe de mathématiques », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale du Secrétariat nº 13, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/CBS13Fr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2011c). *Mettre l'accent sur l'enseignement des mathématiques M-12*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/FoundationPrincipalsFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2012). *Qu'est-ce que le raisonnement proportionnel? M-12*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/ProportionReasonFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2013a). « Connaître l'impact : l'enseignement, l'apprentissage et le leadership. Entrevue avec Jonh Hattie », *En conversation*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario, vol. IV, nº 2, printemps. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/policyfunding/leadership/spring2013Fr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2013b). « Le troisième enseignant », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale nº 27, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/CBS_ThirdTeacherFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2014a). *Atteindre l'excellence : Une vision renouvelée de l'éducation en Ontario*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/about/renewedVisionFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2014b). « Enquête collaborative en Ontario – Ce que nous avons appris et où nous en sommes », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale du Secrétariat nº 39, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/CBS_CollaborativeInquiryFr.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2014c). « L'apprentissage dynamique – Faire le lien entre l'apprentissage des élèves et l'apprentissage des enseignants », *Accroître la capacité – Série d'apprentissage professionnel*, [En ligne], Le Secrétariat de la littératie et de la numératie, Édition spéciale du Secrétariat nº 33, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/CBS_DynamicLearning.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2015). *Compétences du 21e siècle – Document de réflexion*, phase 1 – hiver 2016, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://tactic.cforp.ca/fichiers/bou-tic/defefinir-les-competences-du-21e-siecle-pour-l_Ontario-Document-de-reflexion-phase-1-2016.pdf]

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO (2018). *Oui, je peux! – Mettre l'accent sur le bien-être dans les classes de mathématiques*, [En ligne], Édition spéciale nº 48, *Accroître la capacité* (M-12) – *Série d'apprentissage professionnel*, janvier, Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.edu.gov.on.ca/fre/literacynumeracy/inspire/research/math-classroom2018-fr.pdf]

MINISTÈRE DES SERVICES À L'ENFANCE ET À LA JEUNESSE DE L'ONTARIO (2012). *D'un stade à l'autre – Une ressource sur le développement des jeunes*, [En ligne], Toronto, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario. [http://www.children.gov.on.ca/htdocs/French/documents/youthopportunities/steppingstones/ressourcedeveloppementdesjeunes.pdf]

NGUYEN, F. (2015). « 41-60 », *Visual Patterns*, [En ligne]. [http://www.visualpatterns.org/41-60.html]

ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (2007). *Comprendre le cerveau : naissance d'une science de l'apprentissage*, [En ligne], Paris, Éditions OCDE. [https://www.oecd.org/fr/sites/educeri/comprendrelecerveaunaissancedunesciencedelapprentissage.htm]

ORR, J. (2013). *Crazy Taxi*, [En ligne], Tap Into Teen Minds. [https://tapintoteenminds.com/3act-math/crazy-taxi/]

OVERWIJK, A. (2013a). *SlamDunkMath – 26 squares*, [En ligne], Blogger.com. [http://slamdunkmath.blogspot.ca/2013/04/26-squares.html]

OVERWIJK, A. (2013b). *SlamDunkMath – Snowballing Good Questions*, [En ligne], Blogger.com. [http://slamdunkmath.blogspot.ca/2013/11/snowballing-good-questions.html]

OVERWIJK, A. (2014). *SlamDunkMath – Open Strategy Cup Stacking*, [En ligne], Blogger.com. [http://slamdunkmath.blogspot.ca/search/label/Cup%20Stacking]

PEARCE, Kyle (2014). *Stacking Paper*, [En ligne], Tap Into Teen Minds. [https://tapintoteenminds.com/3act-math/stacking-paper/]

PICCINI, T. (2012). *Pop Box Design*, [En ligne], 101 questions. [http://www.101qs.com/109-pop-box-design]

SMALL, Marian (2008). *Big Ideas From Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grade 4-8*, Toronto, Nelson Education.

SMALL, Marian (2011). *Big Ideas From Dr. Small: Creating a Comfort Zone for Teaching Mathematics, Grade 9-12*, Toronto, Nelson Education.

SMALL, Marian (2016). *Open Questions for the Three-part Lesson, Grade K-3*, Oakville, Rubicon Publishing inc.

SOUSA, David A. (2010). *Un cerveau pour apprendre les mathématiques*, adaptation de Michel Lyons et Gervais Sirois, Montréal, Chenelière Éducation inc., SUURTAMM, C. (2015a). *What Does Sound Mathematics Teaching and Learning Look Like*, [En ligne], Learn Teach Lead. [http://learnteachlead.ca/wp-content/uploads/2015/01/Suurtamm-January-2015.pdf]

SUURTAMM, C. (2015b). *Assessment to Promote Mathematics Learning*, [En ligne], Ottawa, Université d'Ottawa, septembre. [http://thelearningexchange.ca/wp-content/uploads/2015/10/Assessment-to-Promote-Mathematics-Learning.pdf]

VAN DE WALLE, John A., et LouAnn H. LOVIN. (2008). *L'enseignement des mathématiques – L'élève au centre de son apprentissage*, tome 3, Montréal, ERPI, ISBN 978-2-7613-2343-7.

ZORDAK, S. E. ([s. d.]). « Barbie Bungee », *Illuminations*, [En ligne], National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). [http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=2157]

Bibliographie